



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA
BAHIA – CAMPUS CAMAÇARI**

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

WASHINGTON CASTRO JUNIOR

**O ENSINO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO
LOGARÍTMICA POR MEIO DO GEOGEBRA: UM LEVANTAMENTO
DE ESTUDOS**

CAMAÇARI

2026

WASHINGTON CASTRO JUNIOR

**O ENSINO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO
LOGARÍTMICA POR MEIO DO GEOGEBRA: UM LEVANTAMENTO
DE ESTUDOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia, campus Camaçari para obtenção do
Título de Licenciado em Matemática orientado pela
Professora. Dra. Maria Raidalva Nery Barreto.

CAMAÇARI

2026

C355 Castro Junior, Washington

O ensino da representação gráfica da função logarítmica
por meio do geogebra: um levantamento de estudos /
Washington Castro Junior . – .
53 f.

TCC (Graduação em Matemática) – Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Camaçari, 2026.
Orientação: Prof^a. Dra. Maria Raidalva Nery Barreto.

1. Matemática - Ensino. 2. Funções logarítmica. 3.
Tecnologias digitais. 4. Representação gráfica. I. Título

CDU: 517.5:37.02

**Ficha catalográfica elaborada por:
Fábio Amorim Galeão. CRB-5/1569**

WASHINGTON CASTRO JUNIOR

**O ENSINO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO
LOGARÍTMICA POR MEIO DO GEOGEBRA: UM
LEVANTAMENTO DE ESTUDOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia, campus Camaçari para obtenção
do Título de Licenciado em Matemática
orientado pela professora Dra. Maria Raidalva
Nery Barreto.

Aprovada em: 77 / 108 / 2026

Banca Examinadora

Maria Raidalva Nery Barreto

Profª Dra. Maria Raidalva Nery Barreto - Orientador

Alex Boleira Lopo

Profº. Dr. Alexandre Boleira Lopo

José Gomes da Silva Filho

Profº. Especialista José Gomes da Silva Filho

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, Lúcia Castro, por seu amor incondicional, dedicação, força e incentivo permanente. Seu exemplo de coragem e perseverança sempre iluminou meus caminhos e tornou possível a realização de mais este sonho.

Ao meu pai, Washington Castro (in memoriam), ofereço esta conquista com profunda saudade, amor e eterna gratidão. Professor por vocação, dedicou sua vida à educação e deixou como maior herança o exemplo de honestidade, compromisso, respeito e amor pelo ensino. Embora não esteja fisicamente presente para compartilhar este momento, seus ensinamentos continuam vivos em minha memória e em minha maneira de compreender a missão de educar. Concluir o curso de Licenciatura em Matemática representa também uma forma de honrar seu legado e dar continuidade aos valores que me ensinou. Esta conquista é, igualmente, uma homenagem à sua história.

À minha esposa, Agda Dantas, companheira de todas as horas, agradeço pelo amor, pela compreensão, pela paciência e pelo apoio incondicional durante toda esta caminhada. Sua presença tornou os desafios mais leves e as conquistas ainda mais significativas.

Aos maiores presentes que Deus me concedeu, meus filhos, Heitor Augusto e Arthur Benício, dedico este trabalho com todo o meu amor. Vocês são a razão da minha dedicação diária, a inspiração para continuar aprendendo e a motivação para construir um futuro melhor. Que esta conquista lhes ensine que a perseverança, o estudo e a fé tornam os sonhos possíveis.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me conceder saúde, sabedoria, força e perseverança para superar cada desafio encontrado ao longo desta caminhada. Sua presença foi meu sustento nos momentos de dificuldade e minha esperança diante das incertezas.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – Campus Camaçari (IFBA Camaçari), expresso minha gratidão pela formação acadêmica e humana proporcionada ao longo desta graduação. A esta instituição, que reafirma diariamente seu compromisso com uma educação pública, gratuita e de qualidade, agradeço pelas oportunidades de aprendizagem, pelas experiências vivenciadas e por contribuir significativamente para minha formação como educador.

À minha família, por compreender as ausências, incentivar meus estudos e acreditar na importância desta conquista. Em especial, à minha mãe, Lúcia Castro, pelo apoio constante, pelo amor incondicional e pelos ensinamentos que moldaram minha formação humana.

Registro, ainda, minha sincera gratidão aos membros da banca examinadora, Prof.^a Dra. Maria Raidalva Nery Barreto, na qualidade de orientadora, Prof. Dr. Alexandre Boleira Lopo e Prof. Esp. José Gomes da Silva Filho, pela disponibilidade em avaliar este trabalho, pela dedicação à leitura criteriosa, pelas valiosas contribuições, sugestões e reflexões apresentadas.

Em especial, à minha orientadora, Prof.^a Dra. Maria Raidalva Nery Barreto, expresso minha mais profunda gratidão por ter conduzido esta pesquisa com competência, dedicação, sensibilidade e generosidade. Muito mais do que orientar este trabalho, a senhora foi um exemplo de humanidade, respeito e compromisso com a educação brasileira. Sua confiança, seus ensinamentos, suas orientações e sua postura ética foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico, profissional e pessoal. Serei eternamente grato pela oportunidade de aprender com uma educadora tão inspiradora.

Ao Prof. Dr. Gustavo Costa, agradeço pelos ensinamentos e por representar, para mim, uma referência de excelência no ensino da Matemática. Seu compromisso com a docência fortaleceu ainda mais meu desejo de atuar como professor e contribuiu significativamente para minha formação.

Ao meu colega de trabalho, amigo e também professor, Breno Pimentel, registro um agradecimento muito especial. Sua amizade ultrapassou o ambiente profissional e tornou-se um verdadeiro alicerce durante esta jornada. Obrigado por acreditar em meu potencial, mesmo quando eu próprio duvidava dele. Seu incentivo constante, suas palavras de motivação e até mesmo seus oportunos "puxões de orelha" foram essenciais para que eu não desistisse diante das adversidades da vida. Sua confiança em minha capacidade de me tornar um bom professor renovou minha determinação e contribuiu decisivamente para que este Trabalho de Conclusão de Curso se tornasse realidade.

Aos meus colegas Glauco Oliveira e Melina Pimenta, agradeço pela amizade, pelo companheirismo, pelas trocas de experiências e pela parceria construída ao longo de toda a graduação. Dividir essa caminhada com vocês tornou o percurso mais leve, enriquecedor e inesquecível.

Estendo minha gratidão a todos os professores que contribuíram para minha formação acadêmica e humana. Cada ensinamento recebido, cada orientação e cada exemplo de dedicação à docência fortaleceram minha convicção de que a educação é um instrumento de transformação da sociedade e reforçaram em mim o compromisso de exercer a profissão com ética, responsabilidade e sensibilidade.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para esta conquista. Este trabalho representa não apenas a conclusão de uma etapa acadêmica, mas também o resultado do apoio, da confiança e do incentivo de todos aqueles que caminharam ao meu lado.

Ao concluir este Trabalho de Conclusão de Curso, sinto que honro não apenas uma conquista pessoal, mas também o legado de meu pai, Washington Castro (*in memoriam*), professor que dedicou sua vida à educação. Espero exercer a docência com a mesma ética, dedicação e compromisso que marcaram sua trajetória e que encontrei, ao longo desta caminhada, em tantos professores que tive o privilégio de conhecer. Que eu possa, por meio da Educação Matemática, contribuir para a formação de cidadãos críticos, conscientes e capazes de transformar a sociedade, preservando os valores que herdei de minha família e dos mestres que marcaram minha vida.

RESUMO

O ensino de Matemática no Ensino Médio tem sido objeto de discussões no campo da Educação Matemática, especialmente no que se refere às metodologias utilizadas para favorecer a compreensão conceitual dos conteúdos por parte dos estudantes. Entre os conteúdos abordados nessa etapa de ensino, as funções logarítmicas ocupam lugar de destaque por sua relevância teórica e por suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento. Entretanto, observa-se que muitos estudantes apresentam dificuldades na compreensão desse conteúdo, particularmente no que se refere à interpretação de suas representações gráficas e à articulação entre diferentes registros de representação matemática. Nesse contexto, o uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática tem sido apontado como uma possibilidade para ampliar as estratégias pedagógicas e favorecer a visualização de conceitos matemáticos. Diante disso, o presente trabalho tem como objetivo geral investigar as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica, a partir de um levantamento de estudos acadêmicos na área da Educação Matemática. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, de natureza bibliográfica e exploratória, sendo desenvolvida por meio de um levantamento de estudos acadêmicos disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), mantida pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT). A análise dos estudos selecionados permitiu identificar diferentes abordagens pedagógicas relacionadas ao uso do GeoGebra no ensino de funções matemáticas. Os resultados indicam que o uso desse software possibilita a visualização dinâmica dos gráficos das funções, favorece a articulação entre diferentes registros de representação matemática e contribui para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais investigativas e interativas. Conclui-se que o GeoGebra apresenta potencial significativo como recurso didático para o ensino da representação gráfica da função logarítmica, podendo contribuir para tornar o ensino de Matemática mais dinâmico, visual e significativo para os estudantes.

Palavras-chave: ensino de matemática; função logarítmica; GeoGebra; tecnologias digitais; representação gráfica.

ABSTRACT

Mathematics teaching in secondary education has been the subject of extensive discussion in the field of Mathematics Education, particularly regarding the methodologies adopted to promote students' conceptual understanding of mathematical content. Among the topics covered at this educational level, logarithmic functions occupy a prominent position due to their theoretical relevance and their applications across different fields of knowledge. However, many students experience difficulties in understanding this topic, especially with respect to interpreting its graphical representations and establishing connections among different mathematical representation registers. In this context, the use of digital technologies in mathematics education has been recognized as a valuable approach to expanding pedagogical strategies and enhancing the visualization of mathematical concepts. Therefore, the main objective of this study is to investigate the contributions of the GeoGebra software to the teaching of the graphical representation of logarithmic functions through a survey of academic studies in the field of Mathematics Education. This research is characterized as qualitative, bibliographic, and exploratory, and was conducted through a survey of academic studies available in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), maintained by the Brazilian Institute of Information in Science and Technology (IBICT). The analysis of the selected studies made it possible to identify different pedagogical approaches related to the use of GeoGebra in the teaching of mathematical functions. The results indicate that the use of this software enables the dynamic visualization of function graphs, promotes the integration of different mathematical representation registers, and contributes to the development of more investigative and interactive teaching practices. It is concluded that GeoGebra has significant potential as an instructional resource for teaching the graphical representation of logarithmic functions, contributing to making mathematics teaching more dynamic, visual, and meaningful for students.

Keywords: mathematics education; logarithmic function; GeoGebra; digital technologies; graphical representation.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Síntese das propriedades da função logarítmica	25
Quadro 2 – Códigos Base Nacional Comum Curricular (BNCC)	34
Quadro 3 – Possibilidades pedagógicas do GeoGebra no ensino de funções logarítmicas	39
Quadro 4 – Síntese dos estudos analisados	43

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Correspondência entre as representações exponencial e logarítmica	22
Figura 2 – Domínio e imagem da função logarítmica	23
Figura 3 – Representação gráfica da função logarítmica crescente $y = \log_2(x)$	26
Figura 4 – Representação gráfica da função logarítmica decrescente $y = \log_{1/2}(x)$	27
Figura 5 – Simetria entre as funções exponencial e logarítmica de base 2	29
Figura 6 – Representação gráfica de funções logarítmicas com diferentes bases construída no software GeoGebra	37

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular Educação Básica.
BNCC-EM	Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio.
CNE	Conselho Nacional de Educação.
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais.
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio.
GPS	Sistema de Posicionamento Global.
LDB	Lei de Diretrizes e Bases.
MEC	Ministério da Educação.
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais.
PNE	Plano Nacional de Educação.
PNLD	Plano Nacional do Livro Didáticos.
ProUni	Programa Universidade para Todos.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1.	Questão Norteadora da Pesquisa	17
1.2.	Objetivo Geral	17
1.3.	Objetivos Específicos.....	17
1.4.	Metodologia.....	18
1.5.	Síntese Capitular	19
2	LOGARITMOS E FUNÇÃO LOGARÍTMICA	21
2.1.	Conceito de Logaritmo.....	21
2.2.	Consequências da Definição	21
2.3.	Sistemas de Logaritmos	22
2.4.	Propriedades dos Logaritmos.....	22
2.5.	Mudança de Base.....	23
2.6.	Definição da Função Logarítmica.....	23
2.7.	Propriedades da Função Logarítmica	25
2.8.	Representação Gráfica da Função Logarítmica	27
2.9.	Relação entre as Funções Exponencial e Logarítmica	30
3	O ENSINO DAS FUNÇÕES LOGARÍTMICAS	33
3.1.	A História da Invenção dos Logaritmos.....	34
3.2.	Documentos Oficiais e o Ensino de Funções Logarítmicas.....	34
3.3.	O Uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Ensino de Funções Logarítmicas	37
3.4.	O Software GeoGebra como Procedimento Didático para o Ensino das Funções Logarítmicas	38
4	LEVANTAMENTO DE ESTUDOS REFERENTES AO ENSINO DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS COM O USO DO GEOGEBRA.....	42
4.1.	Levantamento de estudos.....	42
4.2.	Base de Dados do IBICT.....	43
4.3.	Discussão das Contribuições e Desafios Apontados na Literatura	48
5	CONCLUSÃO.....	50
	REFERÊNCIAS	53

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática no Ensino Médio tem sido objeto de discussões constantes no campo da Educação Matemática, sobretudo no que se refere às metodologias utilizadas para favorecer a aprendizagem dos estudantes. Em muitos contextos escolares, ainda predominam práticas pedagógicas centradas na exposição de definições, fórmulas e procedimentos, com ênfase na repetição de exercícios e na resolução mecânica de questões. Embora essa forma de ensino esteja historicamente consolidada, ela frequentemente se mostra insuficiente para promover uma compreensão mais ampla e significativa dos conceitos matemáticos, especialmente quando se trata de conteúdos que exigem interpretação, visualização e articulação entre diferentes formas de representação.

Entre os conteúdos estudados no Ensino Médio, o conceito de função ocupa posição central, uma vez que permite compreender relações entre grandezas, interpretar fenômenos e modelar situações em diferentes áreas do conhecimento. Nesse conjunto, a função logarítmica assume papel relevante não apenas por sua importância teórica na Matemática, mas também por suas aplicações em campos como Física, Química, Biologia, Economia e Ciências da Terra. Situações envolvendo intensidade sonora, pH, crescimento populacional, radioatividade e escala Richter, por exemplo, evidenciam a presença das ideias logarítmicas em diferentes contextos da realidade.

Apesar dessa relevância, o ensino da função logarítmica ainda apresenta dificuldades importantes. Em geral, muitos estudantes conseguem memorizar propriedades operatórias dos logaritmos, mas demonstram limitações quando precisam interpretar o comportamento gráfico da função, identificar domínio, assíntota, crescimento ou estabelecer relações entre a expressão algébrica e sua representação no plano cartesiano. Essa dificuldade se agrava quando o ensino privilegia apenas manipulações algébricas, sem explorar com profundidade a dimensão visual e conceitual do conteúdo.

Essa constatação é coerente com estudos já desenvolvidos na área. Siqueira, ao investigar o ensino de funções com recursos computacionais, identificou que, embora os alunos apresentassem dificuldades no conceito de função e em suas peculiaridades, o uso do GeoGebra favoreceu melhor compreensão na análise e interpretação dos gráficos, além de exigir do professor reflexão e reorganização da prática pedagógica. (Nogueira,2018), por sua vez, ao analisar o uso da Calculadora Gráfica GeoGebra no smartphone para o ensino de funções exponencial e logarítmica, verificou que o aplicativo contribuiu para facilitar a compreensão do conteúdo e aumentar o interesse dos estudantes.

Nesse mesmo horizonte, (Silva, 2017), destaca que uma prática pedagógica baseada na construção e interpretação de gráficos favorece a aprendizagem e atribui significado ao conceito de função, reforçando a importância da abordagem visual no ensino desse conteúdo. Tais pesquisas indicam que a representação gráfica não deve ser tratada como elemento secundário ou meramente ilustrativo, mas como parte constitutiva da compreensão matemática.

Segundo (Duval, 2003), a compreensão matemática depende da coordenação entre diferentes registros de representação. No caso das funções, isso significa que aprender não se resume a operar símbolos, mas envolve também transitar entre linguagem algébrica, tabelas, gráficos e linguagem natural. Assim, quando o estudante não consegue estabelecer relações entre esses registros, sua compreensão permanece fragmentada. No ensino da função logarítmica, essa questão se torna ainda mais sensível, pois a interpretação do gráfico é decisiva para a compreensão de propriedades fundamentais do conteúdo.

É nesse contexto que as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação passam a ter relevância pedagógica. O uso de softwares de matemática dinâmica, em especial o GeoGebra, pode favorecer a visualização, a experimentação e a construção de conjecturas, permitindo que os estudantes observem, em tempo real, como diferentes parâmetros interferem no comportamento dos gráficos. Desta forma, (Borba; Pentead, 2016), defendem que as tecnologias digitais, quando integradas de forma intencional à prática docente, não apenas apoiam o ensino, mas também reconfiguram o ambiente de aprendizagem e ampliam as possibilidades de investigação matemática. Nessa perspectiva, o GeoGebra não deve ser compreendido apenas como ferramenta técnica, mas como procedimento didático capaz de contribuir para a construção de significados matemáticos.

Diante desse cenário, tornou-se relevante investigar de que forma o GeoGebra tem sido utilizado em pesquisas acadêmicas voltadas ao ensino da função logarítmica, especialmente no que se refere à representação gráfica. A realização de um levantamento de estudos permite identificar como essa temática vem sendo tratada, quais contribuições são mais recorrentes, quais desafios são apontados e quais lacunas ainda permanecem no campo.

Assim, este trabalho apresenta uma investigação sobre as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica, buscando compreender quais abordagens têm sido desenvolvidas na literatura acadêmica e em que medida esse recurso tem sido apontado como significativo para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio.

1.1. Questão Norteadora da Pesquisa

Considerando as dificuldades observadas no ensino e na aprendizagem das funções logarítmicas, sobretudo no que se refere à interpretação e construção de suas representações gráficas, bem como as possibilidades oferecidas pelo uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática, este trabalho é orientado pela seguinte questão norteadora:

Quais as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica?

Essa questão busca compreender de que maneira o uso desse software pode contribuir para a aprendizagem desse conteúdo, a partir da análise de estudos acadêmicos que abordam tal temática.

1.2. Objetivo Geral

Investigar as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica, a partir de um levantamento de estudos acadêmicos na área da Educação Matemática.

1.3. Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral desta pesquisa, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar estudos acadêmicos que abordam o uso do GeoGebra no ensino de funções logarítmicas;
- Analisar as abordagens metodológicas presentes nesses estudos;
- Investigar as potencialidades pedagógicas atribuídas ao GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica;
- Discutir as contribuições e os desafios apontados na literatura sobre o uso de tecnologias digitais no ensino desse conteúdo.

1.4. Metodologia

A metodologia constitui um dos elementos fundamentais da pesquisa científica, uma vez que estabelece os procedimentos que orientam a produção do conhecimento e conferem rigor ao processo investigativo. Nesse sentido, a pesquisa científica não se limita à simples coleta de informações, mas caracteriza-se como um processo sistemático de investigação, desenvolvido a partir de métodos e técnicas capazes de responder a um problema previamente delimitado. Conforme (Severino, 2014), o método representa o caminho percorrido pelo pesquisador para alcançar os objetivos propostos, garantindo coerência entre o problema investigado, os procedimentos adotados e os resultados obtidos.

Nessa mesma perspectiva, (Fiorentini; Lorenzato, 2009), compreendem a pesquisa como uma investigação metódica, sistemática e consistente, orientada pela busca de respostas para uma questão específica. Para os autores, toda pesquisa deve estar fundamentada em procedimentos metodológicos rigorosos, na produção de novos conhecimentos e na divulgação dos resultados à comunidade científica, características que legitimam sua natureza investigativa. Essas concepções evidenciam que a pesquisa científica constitui um processo organizado de construção do conhecimento, cuja finalidade é ampliar a compreensão dos fenômenos investigados e contribuir para o desenvolvimento científico.

Quanto às modalidades de pesquisa, (Severino, 2014), destaca que estas podem ser classificadas de acordo com diferentes critérios, dentre os quais se destacam a abordagem metodológica, os objetivos e os procedimentos técnicos empregados na investigação. Em relação à abordagem, distinguem-se as pesquisas quantitativa e qualitativa. A pesquisa quantitativa caracteriza-se pelo emprego de técnicas estatísticas e pela mensuração de variáveis, buscando estabelecer relações e generalizações entre os dados analisados. Em contrapartida, a pesquisa qualitativa concentra-se na compreensão dos fenômenos em seus contextos, valorizando os significados, as interpretações e as relações construídas ao longo do processo investigativo.

Considerando os objetivos deste estudo, optou-se pela abordagem qualitativa, uma vez que a investigação não pretende mensurar dados estatísticos nem estabelecer generalizações numéricas acerca do objeto pesquisado. Busca-se compreender, por meio da análise da produção científica, como o software GeoGebra tem sido utilizado no ensino da representação gráfica da função logarítmica e quais contribuições têm sido apontadas na literatura especializada. Segundo (Minayo, 2009), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, das crenças, dos valores e das interpretações atribuídas pelos sujeitos e pelos

pesquisadores aos fenômenos estudados, possibilitando uma compreensão mais aprofundada da realidade investigada.

No que se refere aos procedimentos técnicos, esta investigação caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica. De acordo com (Gil, 2008), a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em materiais já publicados, tais como livros, artigos científicos, dissertações, teses e demais produções acadêmicas, permitindo ao pesquisador conhecer, analisar e discutir o conhecimento produzido sobre determinado tema. De forma semelhante, (Severino, 2014), afirma que a pesquisa bibliográfica constitui um procedimento indispensável ao desenvolvimento da pesquisa científica, pois fornece o suporte teórico necessário para a compreensão do objeto de estudo e para a construção da fundamentação teórica da investigação.

Além da pesquisa bibliográfica, este trabalho adota o Estado da Arte como procedimento metodológico para levantamento e análise da produção científica. Conforme (Ferreira, 2002), pesquisas dessa natureza têm como principal objetivo mapear, organizar e analisar o conhecimento produzido em uma determinada área, identificando tendências, enfoques teóricos, metodologias empregadas e lacunas existentes na literatura. Nessa mesma direção, (Romanowski; Ens, 2006) destacam que os estudos do tipo Estado da Arte possibilitam compreender a evolução de um campo de investigação ao reunir e analisar criticamente as produções acadêmicas disponíveis sobre um determinado tema.

Dessa forma, a presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa, bibliográfica e do tipo Estado da Arte, uma vez que se fundamenta na análise de produções acadêmicas relacionadas ao ensino da representação gráfica da função logarítmica por meio do software GeoGebra. Para tanto, foram consultadas dissertações e teses disponibilizadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD/IBICT), buscando identificar as principais contribuições, abordagens metodológicas, resultados e lacunas presentes na literatura científica sobre a temática.

Assim, a metodologia adotada mostra-se coerente com os objetivos desta investigação, uma vez que possibilita reunir, sistematizar e analisar criticamente o conhecimento produzido acerca do objeto de estudo, permitindo compreender o panorama das pesquisas desenvolvidas e subsidiando discussões sobre as potencialidades do GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica.

1.5. Síntese Capítular

Este trabalho está organizado em quatro capítulos, além das referências.

No Capítulo 1, apresenta-se a introdução da pesquisa, contemplando a contextualização do tema, a questão norteadora, os objetivos, a metodologia e a organização geral do trabalho.

O Capítulo 2 apresenta o objeto matemático deste trabalho.

O Capítulo 3 discute o ensino das funções logarítmicas, abordando aspectos históricos da invenção dos logaritmos, orientações presentes em documentos oficiais da educação brasileira e o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no ensino da Matemática, com destaque para o software GeoGebra como procedimento didático.

O Capítulo 4 apresenta o levantamento de estudos referentes ao ensino de funções logarítmicas com o uso do GeoGebra, a partir da base de dados da BDTD/IBICT, discutindo os principais resultados encontrados na literatura, bem como as contribuições e os desafios apontados pelas pesquisas analisadas.

Por fim, o Capítulo 5 reúne as conclusões da pesquisa, sintetizando os principais resultados obtidos, apontando as limitações do estudo e sugerindo possibilidades para trabalhos futuros.

2 LOGARITMOS E FUNÇÃO LOGARÍTMICA

O estudo dos logaritmos constitui um dos conteúdos fundamentais da Matemática do Ensino Médio por estabelecer uma importante conexão entre as operações de potenciação, exponenciação e modelagem de fenômenos naturais. Historicamente, os logaritmos surgiram como um instrumento destinado à simplificação de cálculos complexos, tornando-se posteriormente um conceito central para diversas áreas do conhecimento, como Física, Química, Estatística, Economia e Computação. Atualmente, embora as calculadoras realizem esses cálculos automaticamente, a compreensão conceitual dos logaritmos permanece indispensável para a interpretação de modelos matemáticos e para a compreensão da função logarítmica.

Do ponto de vista matemático, os logaritmos estabelecem a operação inversa da potenciação. Dessa forma, sua compreensão depende diretamente do domínio prévio das propriedades das potências e das funções exponenciais. Em razão dessa relação, recomenda-se que o estudo dos logaritmos seja desenvolvido de forma articulada com os conteúdos anteriormente apresentados.

2.1. Conceito de Logaritmo

Sejam a e b números reais positivos, com a diferente de 1. Define-se o logaritmo de b na base a como o expoente x ao qual a base deve ser elevada para produzir o número b . Em notação matemática: $\log_a(b)=x$ se, e somente se, $a^x=b$.

A definição impõe três condições fundamentais: (i) a base deve ser positiva; (ii) a base deve ser diferente de 1; e (iii) o logaritmando deve ser positivo. Essas restrições garantem a existência e a unicidade do logaritmo real.

Sob uma perspectiva conceitual, o logaritmo responde à pergunta: 'qual expoente deve ser atribuído à base para obter determinado número?'. Essa interpretação favorece a compreensão das propriedades que serão apresentadas posteriormente e reduz a memorização mecânica de regras algébricas.

2.2. Consequências da Definição

Da própria definição decorrem resultados fundamentais. A escrita exponencial e a escrita logarítmica são representações equivalentes de uma mesma relação matemática, podendo ser convertidas mutuamente sem alteração de significado. Assim, sempre que $a^x=b$, tem-se $\log_a(b)=x$, e reciprocamente.

Outra consequência importante refere-se à unicidade do logaritmo. Como a função exponencial é injetiva para bases positivas diferentes de 1, existe um único expoente capaz de satisfazer a igualdade para cada valor admissível do logaritmando. Esse fato fundamenta todas as propriedades algébricas dos logaritmos.

Do ponto de vista didático, compreender essas consequências antes da apresentação das propriedades favorece uma aprendizagem baseada na construção de significados, reduzindo dificuldades frequentemente observadas no ensino de logaritmos.

2.3. Sistemas de Logaritmos

Os sistemas de logaritmos são definidos pela base utilizada na operação logarítmica. Embora qualquer número real positivo diferente de 1 possa ser adotado como base, alguns sistemas tornaram-se mais frequentes devido às suas aplicações científicas. O sistema decimal utiliza a base 10 e é amplamente empregado em escalas como intensidade sonora e pH. O sistema neperiano utiliza a base e , número irracional associado a diversos modelos de crescimento e decaimento contínuos.

A escolha da base não altera os princípios da definição do logaritmo, mas influencia a forma de representação e determinados cálculos algébricos. Assim, compreender que diferentes bases representam um mesmo conceito matemático contribui para o entendimento da generalidade da teoria dos logaritmos.

2.4. Propriedades dos Logaritmos

As propriedades operatórias dos logaritmos decorrem diretamente da definição e das propriedades das potências. Entre as mais importantes destacam-se: o logaritmo do produto é igual à soma dos logaritmos dos fatores; o logaritmo do quociente corresponde à diferença entre os logaritmos; o logaritmo de uma potência é obtido multiplicando-se o expoente pelo logaritmo da base da potência; e o logaritmo de uma raiz pode ser escrito como uma potência de expoente fracionário.

Essas propriedades simplificam expressões algébricas e constituem ferramentas fundamentais para a resolução de problemas envolvendo crescimento exponencial, decaimento, escalas logarítmicas e modelagem matemática. Entretanto, seu ensino deve privilegiar a compreensão de sua origem, evitando a simples memorização de fórmulas.

2.5. Mudança de Base

A fórmula de mudança de base permite calcular logaritmos em qualquer base utilizando outra base conhecida. Essa propriedade é especialmente importante em calculadoras científicas e softwares matemáticos, que normalmente disponibilizam apenas os logaritmos decimal e neperiano.

Do ponto de vista didático, a mudança de base evidencia que todos os sistemas logarítmicos são equivalentes, diferenciando-se apenas pela base adotada. Essa percepção amplia a compreensão conceitual do estudante e prepara o terreno para o estudo da função logarítmica, cujo comportamento depende diretamente do valor da base.

2.6. Definição da Função Logarítmica

A função logarítmica é definida a partir da operação de logaritmação e mantém relação direta com a função exponencial. Seja a um número real positivo, com a diferente de 1. Denomina-se função logarítmica de base a a função f , de domínio no conjunto dos números reais positivos e contradomínio nos números reais, expressa por:

$$f(x) = \log_a x, \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

Nessa definição, o número a recebe o nome de base, enquanto x representa o argumento ou logaritmando. A exigência de que x seja positivo não constitui uma convenção arbitrária, mas decorre da definição de logaritmo no conjunto dos números reais. Como a potência a^y , para a positivo, produz sempre um resultado positivo, não existe expoente real que transforme uma base positiva em zero ou em número negativo. Por essa razão, a expressão $\log_a x$ somente possui sentido real quando x é maior que zero.

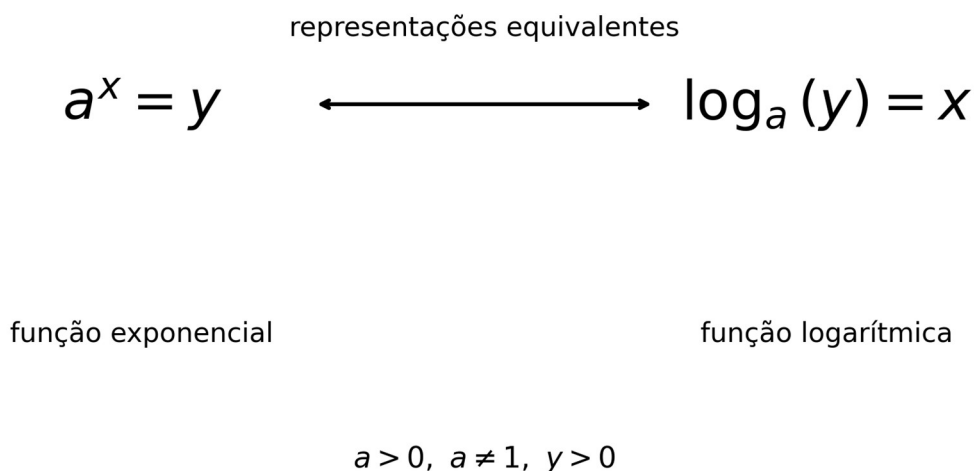
A condição $a > 0$ garante que as potências reais da base estejam adequadamente definidas. Já a restrição $a \neq 1$ é necessária porque a potência 1^y é igual a 1 para qualquer valor real de y . Assim, caso a base fosse igual a 1, não haveria correspondência unívoca entre os valores do logaritmando e os expoentes, o que impediria a definição de uma função inversa.

A equivalência entre a escrita exponencial e a escrita logarítmica permite interpretar a função logarítmica como o procedimento que determina o expoente necessário para produzir determinado número positivo. Em termos simbólicos, para $a > 0$ e $a \neq 1$, tem-se:

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x.$$

Essa equivalência é central para o estudo do tema, pois possibilita converter problemas logarítmicos em relações exponenciais e, reciprocamente, interpretar expressões exponenciais por meio de logaritmos. No ensino, tal articulação contribui para que o estudante compreenda o logaritmo como uma operação inversa, e não apenas como uma regra de cálculo isolada.

Figura 1 – Correspondência entre as representações exponencial e logarítmica



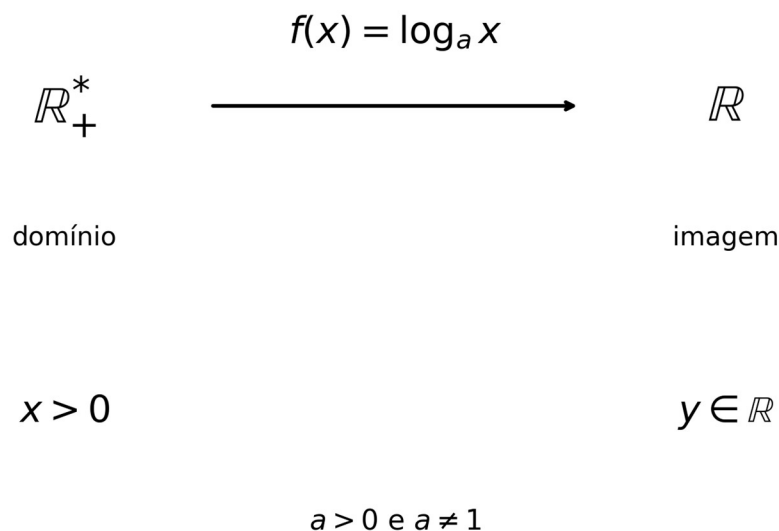
Fonte: elaboração própria (2026).

A Figura 1 sintetiza a correspondência entre as duas formas de representação. O par ordenado (x, y) associado à função exponencial $y = a^x$ transforma-se no par (y, x) quando considerado na função logarítmica $y = \log_a x$. Essa troca entre coordenadas antecipa uma característica gráfica importante: os gráficos das funções exponencial e logarítmica de mesma base são simétricos em relação à reta $y = x$.

O domínio da função logarítmica é o conjunto dos números reais positivos, indicado por $\mathbb{R}_+^*$, enquanto sua imagem é o conjunto dos números reais. Isso significa que qualquer número real pode ser resultado de um logaritmo, desde que o argumento seja positivo e a base atenda às condições estabelecidas. Em notação de conjuntos:

$$f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, \text{ definida por } f(x) = \log_a x.$$

Figura 2 – Domínio e imagem da função logarítmica



Fonte: elaboração própria (2026).

A distinção entre domínio e imagem deve ser explicitamente trabalhada, uma vez que constitui uma fonte recorrente de dificuldades. O fato de a imagem ser formada por todos os números reais não significa que o argumento do logaritmo também possa assumir qualquer valor real. O argumento permanece necessariamente positivo, enquanto o valor do logaritmo pode ser negativo, nulo ou positivo.

2.7. Propriedades da Função Logarítmica

As propriedades da função logarítmica decorrem de sua definição, das propriedades das potências e de sua relação inversa com a função exponencial. Tais propriedades permitem compreender o comportamento algébrico e gráfico da função, além de fornecerem critérios para análise de domínio, imagem, monotonicidade e pontos notáveis.

A primeira propriedade fundamental é a passagem obrigatória pelo ponto $(1, 0)$. De fato, como $a^0 = 1$ para toda base positiva diferente de 1, conclui-se que $\log_a 1 = 0$. Assim, independentemente da base adotada, o gráfico da função logarítmica intercepta o eixo das abscissas no ponto $(1, 0)$.

$$\log_a 1 = 0.$$

Outra propriedade relevante é que o logaritmo da própria base é igual a 1, pois $a^1 = a$. Em consequência, o ponto $(a, 1)$ pertence ao gráfico da função $y = \log_a x$. Esse ponto varia conforme a base e pode ser utilizado na construção inicial do gráfico.

$$\log_a a = 1.$$

Também se verifica que $\log_a(a^k) = k$, para todo número real k . Essa identidade expressa de forma direta o caráter inverso entre as funções exponencial e logarítmica. Por outro lado, quando $x > 0$, tem-se $a^{(\log_a x)} = x$. As duas igualdades mostram que uma função desfaz o efeito da outra.

$$\log_a(a^k) = k \text{ e } a^{(\log_a x)} = x.$$

A monotonicidade da função logarítmica depende do valor da base. Quando $a > 1$, a função é estritamente crescente: se $0 < x_1 < x_2$, então $\log_a x_1 < \log_a x_2$. Nesse caso, o aumento do argumento provoca aumento do valor da função. Quando $0 < a < 1$, a função é estritamente decrescente: se $0 < x_1 < x_2$, então $\log_a x_1 > \log_a x_2$. A inversão da desigualdade ocorre porque potências de base compreendida entre zero e um diminuem à medida que o expoente aumenta.

Quadro 1 – Síntese das propriedades da função logarítmica

Aspecto	$a > 1$	$0 < a < 1$
Monotonicidade	Crescente	Decrescente
Sinal para $x > 1$	Positivo	Negativo
Sinal para $0 < x < 1$	Negativo	Positivo
Ponto comum	(1, 0)	(1, 0)
Domínio	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$
Imagem	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Fonte: elaboração própria (2026).

O sinal da função também depende simultaneamente da base e do valor do argumento. Para bases maiores que 1, os logaritmos de números maiores que 1 são positivos, enquanto os logaritmos de números entre 0 e 1 são negativos. Para bases situadas entre 0 e 1, ocorre o comportamento inverso. Em ambos os casos, o valor da função é nulo quando $x = 1$.

A função logarítmica é injetiva, pois argumentos distintos produzem valores distintos. Essa propriedade decorre de sua monotonicidade e permite concluir que, para $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$, a igualdade $\log_a x_1 = \log_a x_2$ implica $x_1 = x_2$. A injetividade é particularmente importante na resolução de equações logarítmicas, porque autoriza a comparação dos argumentos quando as bases são iguais e satisfazem as condições de existência.

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Além disso, a função logarítmica apresenta uma assíntota vertical no eixo y , isto é, na reta $x = 0$. O gráfico aproxima-se indefinidamente dessa reta, mas não a intercepta, pois zero não pertence ao domínio. Quando $a > 1$, os valores da função tendem a menos infinito à medida que x se aproxima de zero pela direita; quando $0 < a < 1$, tendem a mais infinito. Esse comportamento será explorado de forma gráfica na seção seguinte.

Do ponto de vista pedagógico, a apresentação dessas propriedades deve evitar uma sequência puramente declarativa. Recomenda-se que elas sejam investigadas por meio de tabelas de valores, comparações entre bases, manipulação de representações algébricas e observação dinâmica de gráficos. O uso de recursos digitais, como o GeoGebra, permite alterar a base por meio de controles deslizantes e observar, em tempo real, as mudanças na monotonicidade e na posição do gráfico, favorecendo a coordenação entre os registros algébrico e gráfico.

Dessa forma, as propriedades da função logarítmica não devem ser compreendidas como resultados isolados, mas como elementos de uma estrutura articulada. O domínio positivo, a imagem real, a monotonicidade, os pontos notáveis e a assíntota vertical constituem características complementares que explicam a forma do gráfico e fundamentam a análise de situações modeladas por funções logarítmicas.

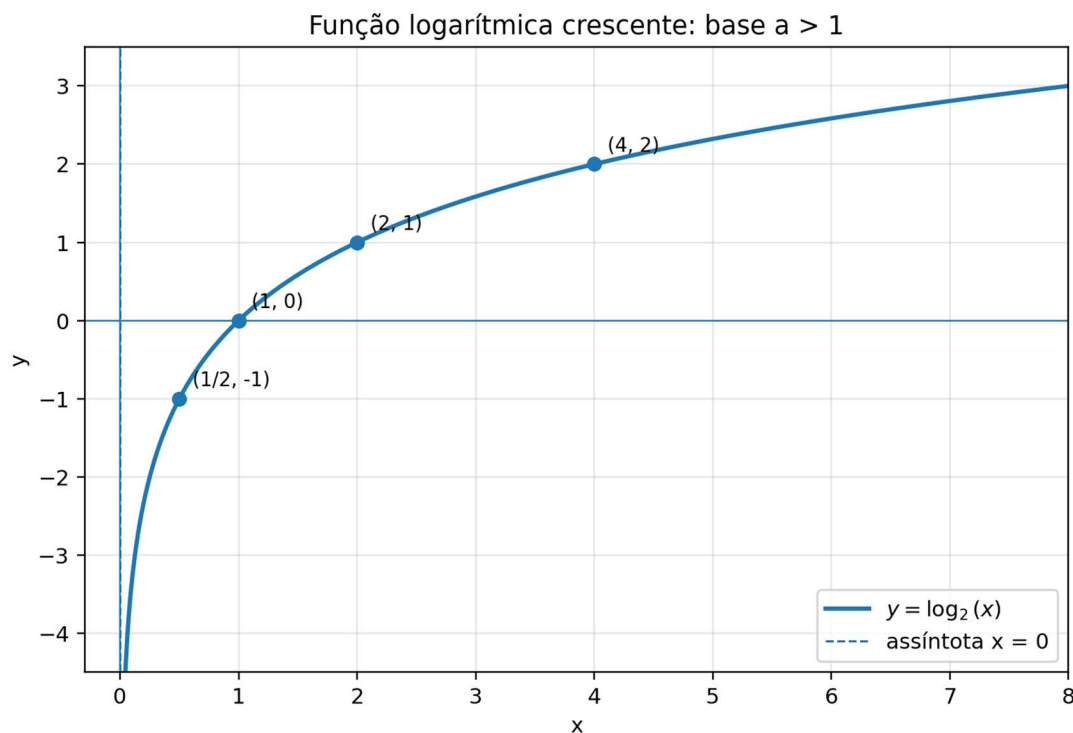
2.8. Representação Gráfica da Função Logarítmica

A representação gráfica da função logarítmica possibilita visualizar, de maneira articulada, as propriedades apresentadas anteriormente. Considerando $f(x) = \log_a x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, o gráfico é constituído pelo conjunto de pontos (x, y) do plano cartesiano que satisfazem a equivalência $y = \log_a x$ se, e somente se, $a^y = x$. Essa relação permite construir pontos do gráfico a partir de potências conhecidas da base.

Em qualquer base admissível, o gráfico encontra-se exclusivamente no semiplano correspondente a $x > 0$, pois o domínio da função logarítmica é formado pelos números reais positivos. Além disso, o gráfico intercepta o eixo x no ponto $(1, 0)$, uma vez que $\log_a 1 = 0$, e contém o ponto $(a, 1)$, pois $\log_a a = 1$. O eixo y , representado pela reta $x = 0$, funciona como assíntota vertical: a curva aproxima-se indefinidamente dessa reta, sem tocá-la ou atravessá-la.

A forma do gráfico depende essencialmente do valor da base. Quando $a > 1$, a função é crescente. Isso significa que, à medida que o valor de x aumenta, o valor de $\log_a x$ também aumenta. Para $0 < x < 1$, os valores da função são negativos; em $x = 1$, o valor é zero; e, para $x > 1$, os valores tornam-se positivos. A Figura 3 apresenta o caso particular da função $y = \log_2 x$.

Figura 3 – Representação gráfica da função logarítmica crescente $y = \log_2(x)$

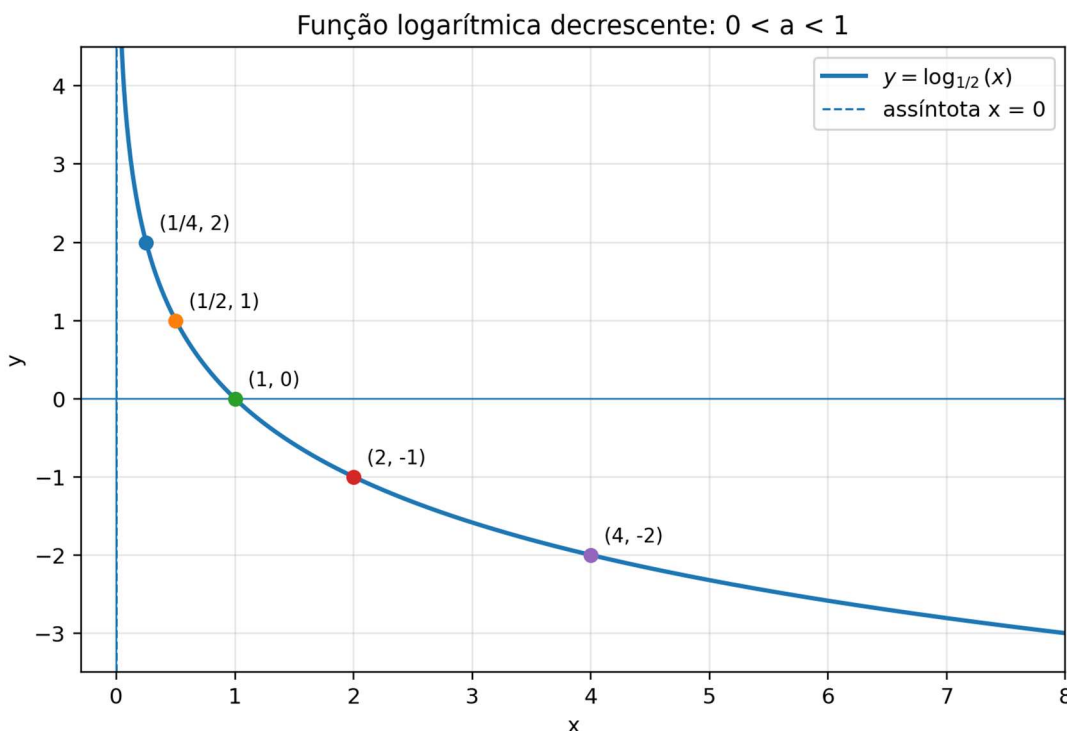


Fonte: elaboração própria (2026).

No gráfico crescente, observam-se pontos notáveis obtidos por meio de potências de base 2. Como $2^{-1} = 1/2$, $2^0 = 1$, $2^1 = 2$ e $2^2 = 4$, pertencem à curva os pontos $(1/2, -1)$, $(1, 0)$, $(2, 1)$ e $(4, 2)$. Esses pontos evidenciam a equivalência entre as representações exponencial e logarítmica e contribuem para a construção manual do gráfico. Também se observa que a curva cresce lentamente para valores elevados de x , característica própria do comportamento logarítmico.

Quando $0 < a < 1$, a função logarítmica é decrescente. Nesse caso, o aumento do argumento corresponde à redução do valor da função. Para argumentos situados entre zero e um, os logaritmos são positivos; em $x = 1$, o valor permanece igual a zero; e, para $x > 1$, os valores são negativos. A Figura 4 ilustra esse comportamento por meio da função $y = \log_{1/2} x$.

Figura 4 – Representação gráfica da função logarítmica decrescente $y = \log_{1/2}(x)$



Fonte: elaboração própria (2026).

No caso da base $1/2$, os pontos do gráfico também podem ser determinados a partir de potências conhecidas. Como $(1/2)^2 = 1/4$, $(1/2)^1 = 1/2$, $(1/2)^0 = 1$, $(1/2)^{-1} = 2$ e $(1/2)^{-2} = 4$, obtêm-se os pontos $(1/4, 2)$, $(1/2, 1)$, $(1, 0)$, $(2, -1)$ e $(4, -2)$. A disposição desses pontos confirma o caráter decrescente da função e mostra que a curva também possui a reta $x = 0$ como assíntota vertical.

Embora apresentem sentidos de variação opostos, os gráficos das funções logarítmicas crescente e decrescente possuem características comuns: domínio $\mathbb{R}_+^*$, imagem $\mathbb{R}$, continuidade em todo o domínio, passagem pelo ponto $(1, 0)$ e ausência de interseção com o eixo y . A mudança da base modifica a inclinação e o sentido de variação da curva, mas não altera essas propriedades estruturais.

No contexto do ensino da Matemática, a construção gráfica não deve restringir-se à marcação mecânica de pontos. É importante que o estudante relacione a base ao comportamento da função, identifique o domínio antes de traçar a curva, interprete a assíntota vertical e compreenda o significado dos pontos notáveis. A comparação entre diferentes bases favorece a percepção de regularidades e amplia a compreensão da família de funções logarítmicas.

O GeoGebra pode contribuir para esse processo ao permitir a construção dinâmica de $f(x) = \log_a x$ com a utilização de um controle deslizante para a base a . Ao variar a base, o estudante observa a transição entre os casos crescente e decrescente, verifica que todas as curvas

passam pelo ponto $(1, 0)$ e analisa como a proximidade da base em relação a 1 altera a inclinação do gráfico. Essa experimentação visual pode favorecer a coordenação entre as representações algébrica, numérica e gráfica, desde que seja acompanhada de questionamentos e sistematização conceitual pelo professor.

Assim, a representação gráfica da função logarítmica constitui mais do que uma ilustração de resultados algébricos. Ela permite interpretar simultaneamente domínio, imagem, sinal, monotonicidade, pontos notáveis e comportamento assintótico. A articulação dessas características oferece uma base conceitual para a análise de modelos logarítmicos e para o estudo da relação de inversão entre as funções exponencial e logarítmica.

2.9. Relação entre as Funções Exponencial e Logarítmica

As funções exponencial e logarítmica de mesma base mantêm uma relação de inversão. Seja a um número real positivo, com $a \neq 1$. A função exponencial $f(x) = a^x$ associa a cada número real x um número real positivo, enquanto a função logarítmica $g(x) = \log_a x$ associa a cada número real positivo o expoente correspondente. Assim, o domínio de uma coincide com a imagem da outra, e reciprocamente.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*, f(x) = a^x \quad \text{e} \quad g: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \log_a x.$$

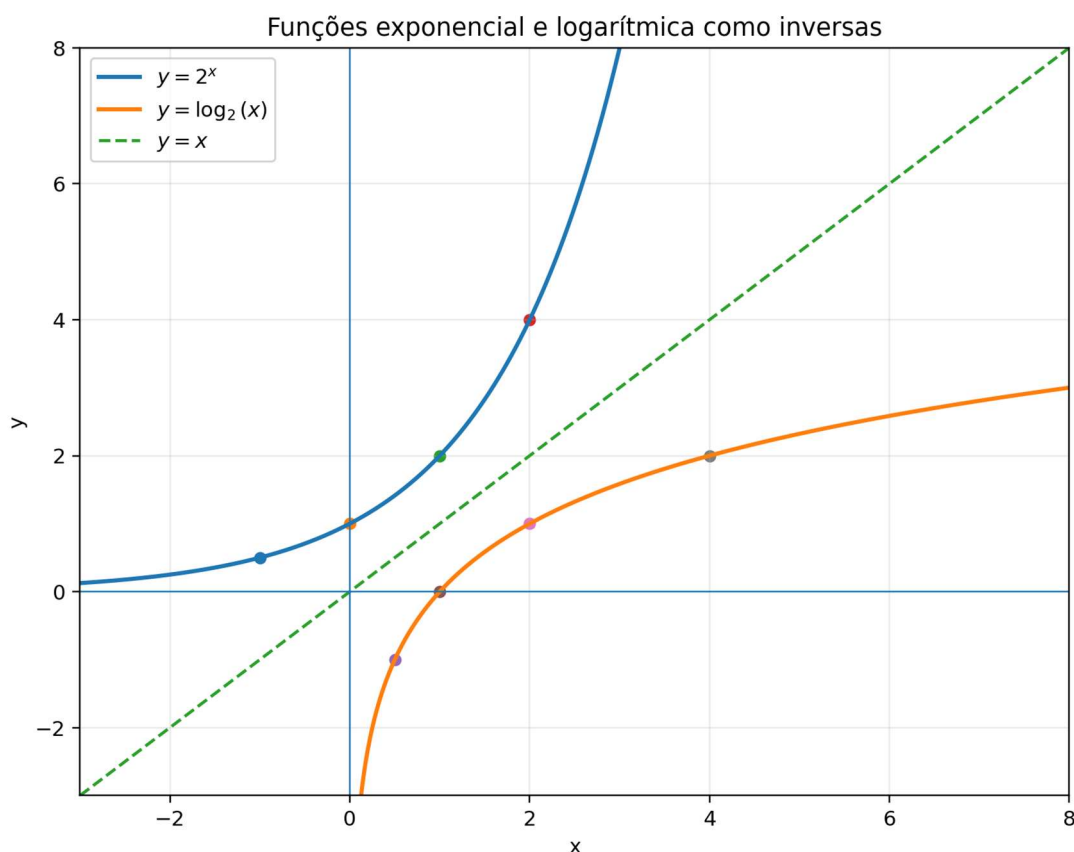
A condição de funções inversas significa que a aplicação sucessiva de uma função e de sua inversa devolve o valor inicial. Para todo x real, a função logarítmica desfaz a exponenciação; para todo x positivo, a função exponencial desfaz a logaritmação. Em termos algébricos, verificam-se as identidades:

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{e} \quad a^{(\log_a x)} = x.$$

Essas identidades decorrem diretamente da equivalência entre as formas exponencial e logarítmica. Se $y = a^x$, então $x = \log_a y$. Portanto, o valor que aparece como expoente na expressão exponencial passa a ser o resultado da expressão logarítmica. Essa troca de papéis entre entrada e saída é característica das funções inversas.

No plano cartesiano, a relação de inversão manifesta-se por meio de uma simetria em relação à reta $y = x$. Se o ponto (x, y) pertence ao gráfico da função exponencial $y = a^x$, então o ponto (y, x) pertence ao gráfico da função logarítmica $y = \log_a x$. Desse modo, as coordenadas de cada ponto são permutadas quando se passa de uma função para a outra.

Figura 5 – Simetria entre as funções exponencial e logarítmica de base 2



Fonte: elaboração própria (2026).

A Figura 5 apresenta as funções $y = 2^x$ e $y = \log_2 x$ juntamente com a reta $y = x$. Observa-se que os pontos (0, 1), (1, 2) e (2, 4), pertencentes ao gráfico exponencial, correspondem respectivamente aos pontos (1, 0), (2, 1) e (4, 2), pertencentes ao gráfico logarítmico. A reflexão em relação à reta $y = x$ evidencia que uma curva é obtida a partir da outra pela troca das coordenadas.

A inversão também permite relacionar características estruturais dos dois gráficos. A função exponencial possui domínio $\mathbb{R}$ e imagem $\mathbb{R}_+^*$, enquanto a função logarítmica possui domínio $\mathbb{R}_+^*$ e imagem $\mathbb{R}$. A assíntota horizontal $y = 0$ da função exponencial corresponde, após a reflexão, à assíntota vertical $x = 0$ da função logarítmica. Do mesmo modo, o ponto (0, 1), comum a todas as funções exponenciais, corresponde ao ponto (1, 0), comum a todas as funções logarítmicas.

O comportamento crescente ou decrescente também é preservado pela inversão. Quando $a > 1$, tanto a função exponencial quanto a função logarítmica são estritamente crescentes. Quando $0 < a < 1$, ambas são estritamente decrescentes. Apesar de apresentarem ritmos de variação distintos, as duas funções mantêm o mesmo sentido de monotonicidade para uma mesma base.

A compreensão dessa relação evita que o estudo dos logaritmos seja realizado de modo desconectado da função exponencial. Em vez de tratar a função logarítmica como um novo objeto sem vínculo com conteúdos anteriores, é possível construí-la a partir da inversão da função exponencial, relacionando domínio, imagem, pontos notáveis, assíntotas e representações gráficas.

No GeoGebra, essa relação pode ser explorada mediante a construção simultânea das funções $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_a x$ e da reta $y = x$. A utilização de um controle deslizante para a base permite observar que, independentemente do valor admissível de a , os gráficos permanecem simétricos em relação à reta bissetriz. A seleção de um ponto sobre uma das curvas e a observação do ponto correspondente na outra favorecem a compreensão da troca entre abscissa e ordenada.

Dessa forma, a relação entre as funções exponencial e logarítmica articula os registros algébrico e gráfico. A equivalência $a^x = y$ se, e somente se, $\log_a y = x$, as identidades de composição e a simetria em relação à reta $y = x$ constituem diferentes representações de uma mesma relação matemática. Essa articulação fundamenta a interpretação da função logarítmica como inversa da função exponencial e encerra a exposição conceitual desenvolvida neste capítulo.

3 O ENSINO DAS FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

O estudo das funções constitui um dos eixos centrais da Matemática escolar, especialmente no Ensino Médio, sendo considerado um dos conteúdos fundamentais para a compreensão de diferentes fenômenos matemáticos e científicos. Por meio do conceito de função, torna-se possível estabelecer relações entre grandezas, modelar situações do cotidiano e interpretar diferentes tipos de variação presentes em fenômenos naturais e sociais.

No currículo da Educação Básica, as funções aparecem como um elemento estruturador que articula diferentes campos da Matemática, como álgebra, geometria, estatística e análise de dados. Entre os diversos tipos de funções estudadas nessa etapa de ensino, destacam-se as funções exponenciais e logarítmicas, que possuem grande relevância tanto do ponto de vista teórico quanto em suas aplicações em diversas áreas do conhecimento.

De acordo com D'Ambrosio (2002), o ensino da Matemática deve possibilitar aos estudantes a construção de significados para os conceitos matemáticos, permitindo que esses conhecimentos sejam utilizados para interpretar e compreender diferentes situações do mundo real. Nesse sentido, o estudo das funções logarítmicas não deve ser reduzido à aplicação de regras operatórias, mas deve promover a compreensão de suas propriedades, de seu comportamento gráfico e de suas aplicações em diferentes contextos científicos.

Entretanto, diversos estudos na área da Educação Matemática indicam que muitos estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem de funções, especialmente no que se refere à interpretação de gráficos e à articulação entre diferentes formas de representação matemática. Segundo (Duval, 2003), a compreensão matemática depende da coordenação entre diferentes registros de representação, como linguagem algébrica, representação gráfica, tabelas e linguagem natural.

No caso das funções logarítmicas, a aprendizagem exige que o estudante seja capaz de compreender relações entre essas diferentes representações. Isso significa que o aluno deve ser capaz de interpretar a expressão algébrica de uma função, compreender seu comportamento gráfico e estabelecer relações entre esses registros de representação.

Nesse contexto, torna-se fundamental que o ensino das funções logarítmicas explore diferentes estratégias didáticas que favoreçam a visualização, a experimentação e a interpretação de conceitos matemáticos, permitindo aos estudantes desenvolver uma compreensão mais ampla e significativa desse conteúdo.

3.1. A História da Invenção dos Logaritmos

A compreensão do conceito de logaritmo está profundamente relacionada ao desenvolvimento histórico da Matemática, especialmente no contexto das necessidades práticas que motivaram sua criação. Os logaritmos foram introduzidos no início do século XVII, tendo como principal precursor o matemático escocês John Napier (1550–1617), com o objetivo de simplificar cálculos complexos, especialmente multiplicações e divisões, transformando-os em operações de adição e subtração.

Entre o final do século XVI e o início do século XVII, o desenvolvimento das navegações, da astronomia e de outras áreas científicas demandava cálculos cada vez mais complexos, o que impulsionou John Napier a desenvolver os logaritmos como um instrumento para simplificar operações aritméticas. Posteriormente, Henry Briggs aperfeiçoou esse sistema ao introduzir os logaritmos decimais, ampliando sua utilização na comunidade científica (Eves, 2004).

Historicamente, os logaritmos foram amplamente utilizados por meio de tábuas logarítmicas, instrumentos fundamentais para cálculos científicos até a popularização das calculadoras eletrônicas no século XX. Essa origem evidencia que o conceito de logaritmo não surgiu de forma abstrata, mas como resposta a problemas concretos, o que reforça a importância de abordagens didáticas que valorizem o contexto histórico como forma de atribuir significado ao conteúdo.

No ensino contemporâneo, resgatar esse percurso histórico pode contribuir para que os estudantes compreendam o logaritmo não apenas como uma operação algébrica, mas como um conceito construído ao longo do tempo, vinculado a necessidades reais e aplicações práticas. Tal perspectiva favorece uma aprendizagem mais contextualizada e significativa, alinhando-se a propostas pedagógicas que buscam superar o ensino meramente mecanicista.

3.2. Documentos Oficiais e o Ensino de Funções Logarítmicas

No contexto da educação brasileira, o ensino de funções logarítmicas está inserido na área de Matemática e suas Tecnologias, conforme orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC propõe uma abordagem que valoriza o desenvolvimento de competências e habilidades, indo além da simples memorização de procedimentos e priorizando a compreensão conceitual e a aplicação dos conhecimentos em diferentes contextos.

No que se refere ao ensino de funções, o documento enfatiza a importância de interpretar, representar e analisar relações entre grandezas, utilizando diferentes registros de representação, como tabelas, expressões algébricas e gráficos. Nesse sentido, o estudo da função logarítmica deve contemplar não apenas suas propriedades operatórias, mas também a análise de seu comportamento gráfico, suas características e suas aplicações em situações reais.

A BNCC também destaca a relevância do uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem, incentivando a utilização de ferramentas que possibilitem a exploração, a experimentação e a visualização de conceitos matemáticos. Esse direcionamento reforça a importância de integrar recursos tecnológicos, como o GeoGebra, às práticas pedagógicas, de modo a ampliar as possibilidades de construção do conhecimento.

Além disso, o documento propõe que o ensino de Matemática esteja articulado à formação crítica dos estudantes, promovendo a capacidade de argumentação, análise e tomada de decisões. Nesse contexto, o ensino da função logarítmica pode ser explorado a partir de situações-problema que envolvam fenômenos do cotidiano, como escalas logarítmicas e crescimento exponencial, favorecendo a contextualização do conteúdo.

Assim, os documentos oficiais apontam para a necessidade de um ensino de funções logarítmicas que integre diferentes formas de representação, utilize tecnologias digitais e promova a compreensão conceitual, em consonância com uma perspectiva mais investigativa e significativa da aprendizagem matemática.

Quadro 2 – Códigos Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

(EM13MAT304): Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

(EM13MAT305): Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT403): Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.

(EM13MAT101): Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT401): Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Conforme o quadro 2, a análise das habilidades previstas na BNCC evidencia que o ensino das funções exponenciais e logarítmicas ultrapassa a mera manipulação algébrica, priorizando a compreensão da variação de grandezas em situações contextualizadas e socialmente relevantes. As habilidades EM13MAT304 e EM13MAT305 orientam que os estudantes sejam capazes de resolver e elaborar problemas envolvendo funções exponenciais e logarítmicas em diferentes contextos, como Matemática Financeira, radioatividade, potencial hidrogeniônico (pH), crescimento de microrganismos e abalos sísmicos, favorecendo a articulação entre os conhecimentos matemáticos e fenômenos do cotidiano.

Complementarmente, a habilidade EM13MAT403 destaca a importância da análise e comparação das representações gráficas das funções exponencial e logarítmica, incentivando o uso de tecnologias digitais para a identificação de características como domínio, imagem e comportamento das funções. Essa orientação é reforçada pelas habilidades EM13MAT101 e EM13MAT401, que enfatizam a interpretação de gráficos, a conversão entre diferentes formas de representação matemática e a utilização de softwares de geometria dinâmica como recursos para potencializar a aprendizagem.

Nesse sentido, observa-se que a BNCC atribui às tecnologias digitais um papel pedagógico relevante na construção do pensamento matemático, oferecendo respaldo para a utilização do GeoGebra como ferramenta capaz de favorecer a visualização, a investigação e a compreensão das representações gráficas da função logarítmica, aspecto que converge diretamente com os objetivos desta pesquisa.

3.3. O Uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Ensino de Funções Logarítmicas

O avanço das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) tem provocado transformações significativas no campo educacional, especialmente no ensino de Matemática. Essas tecnologias ampliam as possibilidades de representação, experimentação e visualização de conceitos, permitindo que os estudantes interajam de forma mais ativa com os conteúdos.

No ensino das funções logarítmicas, o uso das TDIC pode contribuir para superar dificuldades frequentemente observadas, como a compreensão do comportamento gráfico, a interpretação do domínio e da imagem, e a relação entre a função logarítmica e a função exponencial. Ao possibilitar a manipulação dinâmica de gráficos e parâmetros, as tecnologias favorecem a construção de significados e a exploração de propriedades matemáticas de forma mais intuitiva.

Segundo (Duval, 2003), a aprendizagem matemática está diretamente relacionada à capacidade de coordenar diferentes registros de representação. No caso das funções, isso envolve a articulação entre linguagem algébrica, gráfica e numérica. As TDIC, ao integrarem essas diferentes formas de representação em um mesmo ambiente, tornam-se ferramentas potentes para o desenvolvimento dessa coordenação, contribuindo para uma compreensão mais profunda dos conceitos.

Nesse contexto, estudos na área da Educação Matemática têm evidenciado que o uso de softwares de matemática dinâmica pode favorecer a aprendizagem de funções. Siqueira destaca que o uso do GeoGebra contribuiu para a análise e interpretação de gráficos, além de promover mudanças na prática pedagógica do professor. (Nogueira, 2018), por sua vez, aponta que a utilização do GeoGebra facilitou a compreensão das funções exponencial e logarítmica, bem como aumentou o interesse dos estudantes pelo conteúdo.

Além disso, (Silva, 2017), enfatiza que a construção e interpretação de gráficos, mediadas por tecnologias digitais, favorecem a atribuição de significado ao conceito de função, permitindo que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais articulada e menos fragmentada.

Dessa forma, as TDIC não devem ser compreendidas apenas como recursos auxiliares, mas como elementos que podem transformar as práticas pedagógicas, promovendo abordagens mais investigativas e centradas na participação ativa dos estudantes.

3.4. O Software GeoGebra como Procedimento Didático para o Ensino das Funções Logarítmicas

O ensino da Matemática, e em especial o estudo das funções, frequentemente esbarra em metodologias tradicionais pautadas no uso exclusivo de lousa, giz e papel. Esse modelo apresenta limitações significativas para uma análise detalhada do comportamento de curvas e de suas tendências ao infinito, elementos que exigem a percepção de movimento para a sua plena compreensão (Siqueira, 2013). Diante desse cenário, a integração de recursos computacionais, como o software GeoGebra, desponta como um procedimento didático essencial. O GeoGebra é um ambiente de matemática dinâmica que articula, de forma simultânea, representações algébricas, numéricas e gráficas, viabilizando a exploração de conceitos abstratos de forma visual e interativa (Santos, 2011; Silva, 2017)

Por meio do GeoGebra, é possível construir o gráfico da função logarítmica e manipular seus parâmetros em tempo real, permitindo que os estudantes observem, por exemplo, como a base da função influencia seu crescimento ou decrescimento, bem como identificar a presença da assíntota vertical e analisar o domínio da função. Além disso, o software possibilita explorar a relação entre a função logarítmica e a função exponencial, evidenciando o caráter de inversão entre essas funções. Essa visualização dinâmica transforma a abstração da função inversa em um conhecimento concreto, permitindo que os estudantes estabeleçam conexões fundamentais entre essas duas famílias de funções matemáticas (Silva, 2017; Peixoto, 2015)

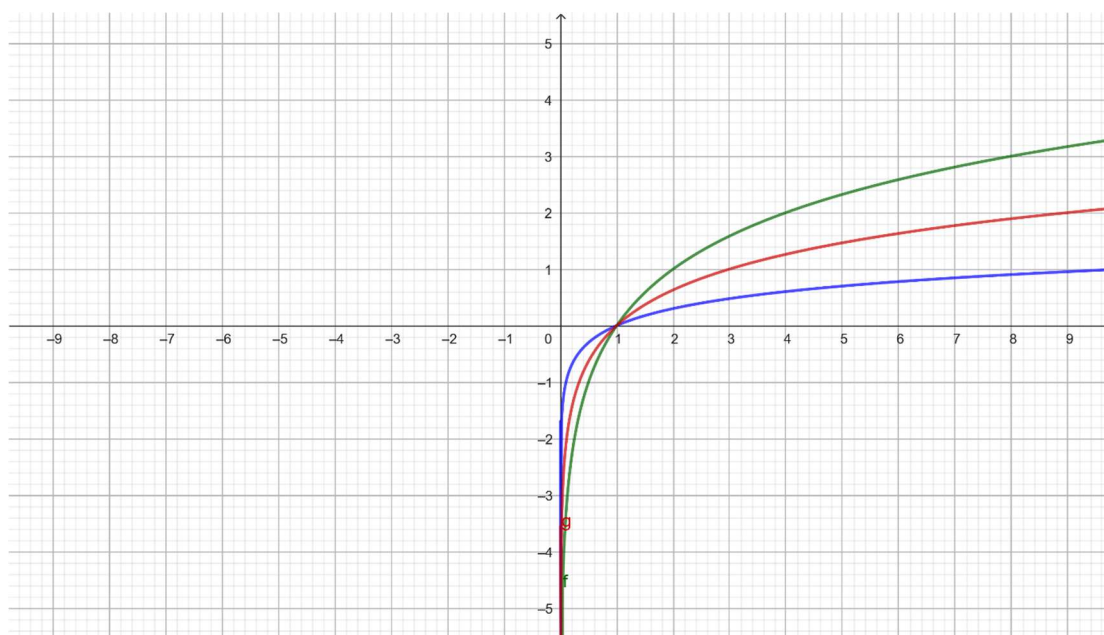
Estudos analisados neste trabalho indicam que o uso do GeoGebra pode contribuir significativamente para o ensino de funções logarítmicas. (Nogueira, 2018), destaca que a utilização do software, em especial a Calculadora Gráfica GeoGebra, facilitou a compreensão dos conteúdos relacionados às funções exponencial e logarítmica, além de aumentar o interesse e o engajamento dos estudantes nas atividades propostas. Corroborando essa perspectiva, Siqueira (2013) aponta que a ferramenta computacional proporcionou uma melhor compreensão na análise e na interpretação de gráficos, evidenciando que o uso desses recursos traz um novo estímulo e beneficia a visualização no processo de ensino e aprendizagem.

Entretanto, é importante destacar que a eficácia do uso do GeoGebra depende da forma como ele é integrado à prática pedagógica. O software, por si só, não garante a aprendizagem, sendo necessário que o professor proponha atividades que estimulem a investigação, a reflexão e a construção de significados pelos estudantes. Para que o GeoGebra exerça seu pleno potencial, é imprescindível inseri-lo no contexto de uma Sequência Didática, estruturada com atividades ordenadas e articuladas em prol de objetivos educacionais claros (Zabala, 1998).

Assim, o GeoGebra pode ser compreendido como um procedimento didático que, quando utilizado de forma planejada e intencional, contribui para o ensino da função logarítmica, especialmente no que se refere à representação gráfica e à compreensão de suas propriedades.

Uma das principais características do GeoGebra é a possibilidade de construir e manipular objetos matemáticos de forma interativa. No estudo das funções logarítmicas, o software permite representar graficamente funções da forma $f(x) = \log_a(x)$, possibilitando que os estudantes observem características importantes dessa função, como domínio, crescimento, comportamento assintótico e relação com a função exponencial.

Figura 6 – Representação gráfica de funções logarítmicas com diferentes bases construída no software GeoGebra



Fonte: elaboração própria (2026).

A Figura 6 apresenta a representação gráfica de funções logarítmicas com diferentes bases, construída por meio do software GeoGebra. A visualização simultânea dessas funções permite que os estudantes analisem características importantes desse tipo de função, como o fato de todas passarem pelo ponto (1,0), bem como o comportamento crescente quando a base é maior que 1. Além disso, o gráfico evidencia a presença de uma assíntota vertical no eixo $x=0$, característica fundamental das funções logarítmicas. A utilização do GeoGebra possibilita que essas propriedades sejam exploradas de maneira dinâmica, permitindo que os estudantes

modifiquem parâmetros da função e observem instantaneamente as alterações no gráfico, favorecendo a compreensão das relações entre representações algébricas e gráficas.

Além disso, o GeoGebra possibilita a manipulação dinâmica de parâmetros, permitindo que os estudantes investiguem como diferentes valores da base do logaritmo influenciam o comportamento do gráfico. Essa exploração dinâmica favorece a construção de relações entre diferentes registros de representação, contribuindo para a compreensão conceitual do conteúdo.

A exploração dinâmica dessas representações contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático, pois permite que os estudantes formulem hipóteses, comparem resultados e interpretem o comportamento das funções em diferentes situações. Nesse sentido, o uso de softwares de matemática dinâmica pode favorecer abordagens investigativas no ensino de funções, aproximando o estudante de práticas de exploração matemática (Borba; Penteado, 2016).

Portanto, o uso estruturado do GeoGebra ressignifica fortemente a práxis pedagógica. O professor atua como um mediador que problematiza e instiga o aluno a buscar regularidades e a testar conjecturas contínuas (Siqueira, 2013; Silva, 2017).

Quadro 3 – Possibilidades pedagógicas do GeoGebra no ensino de funções logarítmicas

Conceito	Exploração no GeoGebra
Domínio da função	visualização da assíntota
Crescimento da função	variação da base do logaritmo
Relação com exponencial	simetria em relação à reta $y=x$

Fonte: elaboração própria (2026).

O quadro 3 apresentado sintetiza de forma precisa e direta as principais potencialidades do uso do GeoGebra no ensino das propriedades das funções logarítmicas. Abaixo, detalho como os estudos analisados exploram cada um desses conceitos na ferramenta computacional:

Domínio da função e a visualização da assíntota A compreensão do domínio da função logarítmica (que exige valores estritamente positivos) torna-se muito mais concreta quando o estudante visualiza o comportamento assintótico da curva em relação ao eixo y . O GeoGebra permite utilizar a ferramenta de *zoom* para que o aluno perceba que, por mais que a curva se aproxime do eixo das ordenadas, ela nunca o toca e, conseqüentemente, não ocupa pontos nos quadrantes II e III do plano cartesiano. Essa exploração visual e dinâmica da intersecção com

os eixos evidencia as restrições do domínio da função, substituindo a memorização abstrata por uma experimentação visual clara.

Crescimento da função e a variação da base do logaritmo O software permite a inserção de controles deslizantes (também chamados de *sliders* ou barras de rolagem) que alteram o valor da base a do logaritmo em tempo real. Ao manipular essa ferramenta, o aluno observa instantaneamente que, quando a base é maior que 1 ($a > 1$), a função é crescente e, quando a base está entre 0 e 1 ($0 < a < 1$), a função é decrescente. Essa interatividade permite que o estudante formule hipóteses e compreenda na prática o papel deste parâmetro na determinação do padrão de crescimento ou decrescimento da curva.

Relação com a exponencial e a simetria em relação à reta $y=x$ A relação intrínseca de inversão entre as funções exponencial e logarítmica é um dos conceitos mais beneficiados pela representação gráfica simultânea. Ao plotar ambas as funções em um mesmo sistema de eixos coordenados, juntamente com a reta identidade ($y=x$), o GeoGebra evidencia visualmente que os gráficos são simétricos (ou "espelhados") em relação a essa reta, que atua como bissetriz dos quadrantes ímpares. Atividades propostas no software — como a utilização da ferramenta de reflexão para rebater os pontos da curva exponencial sobre a reta $y=x$, gerando exatamente a curva logarítmica — transformam a definição algébrica de função inversa em um conhecimento geométrico facilmente assimilável e demonstrável pelos próprios estudantes.

O quadro, portanto, reflete com exatidão como a articulação entre os registros algébrico e gráfico, mediada pelo computador, facilita a passagem de um conhecimento mecânico para uma aprendizagem investigativa e munida de significado para o aluno.

Nesse sentido, o capítulo seguinte apresenta um levantamento de estudos que abordam o uso desse software no ensino de funções matemáticas.

4 LEVANTAMENTO DE ESTUDOS REFERENTES AO ENSINO DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS COM O USO DO GEOGEBRA

4.1. Levantamento de estudos

O levantamento de estudos acadêmicos constitui uma etapa fundamental em pesquisas na área da Educação Matemática, pois permite identificar, analisar e sistematizar o conhecimento já produzido sobre determinado tema. Esse tipo de investigação é frequentemente denominado estado do conhecimento ou estado da arte, sendo utilizado para mapear tendências, lacunas e contribuições presentes na produção científica.

De acordo com Romanowski e Ens (2006), estudos do tipo estado do conhecimento têm como objetivo analisar a produção acadêmica existente sobre determinado tema, permitindo compreender como esse campo de investigação tem se desenvolvido ao longo do tempo. No contexto da Educação Matemática, esse tipo de pesquisa contribui para identificar abordagens teóricas, metodológicas e pedagógicas utilizadas em diferentes estudos.

No caso do presente trabalho, o levantamento de estudos foi realizado com o objetivo de identificar pesquisas que investigam o uso do software GeoGebra no ensino de funções matemáticas, com ênfase na função logarítmica e em sua representação gráfica. A análise desses estudos busca compreender de que forma essa ferramenta tecnológica tem sido utilizada em contextos educacionais e quais contribuições têm sido apontadas para o ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Para a construção deste capítulo, foi realizado um levantamento bibliográfico na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), mantida pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), utilizando como descritores de busca os termos “ensino”, “função logarítmica”, “GeoGebra”. A busca resultou na identificação de nove trabalhos. Entretanto, dois deles foram excluídos da composição do corpus de análise. Um foi descartado por apresentar abordagem excessivamente abrangente, não contemplando especificamente o ensino da função logarítmica, enquanto o outro foi excluído em razão de inconsistências no cadastro do link de acesso, impossibilitando a consulta ao documento.

A escolha da BDTD/IBICT justifica-se por sua relevância como base nacional que reúne produções acadêmicas de programas de pós-graduação reconhecidos, especialmente dissertações de mestrado profissional em Ensino, as quais apresentam forte articulação entre teoria e prática pedagógica.

Inicialmente, estabeleceu-se como critério de delimitação temporal o período compreendido entre 2018 até a atualidade, em razão da implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e da pertinência de investigar produções desenvolvidas nesse contexto. Entretanto, a aplicação desse recorte resultou em um número reduzido de estudos elegíveis para análise. Diante dessa limitação, e em comum acordo com a orientadora, optou-se por ampliar o período de busca, eliminando a restrição temporal inicialmente definida. Após a aplicação dos demais critérios de inclusão e exclusão, o corpus da pesquisa foi constituído por sete trabalhos, quantitativo considerado suficiente para atender aos objetivos desta investigação e subsidiar as análises propostas neste Trabalho de Conclusão de Curso.

Assim, este capítulo apresenta inicialmente a base de dados utilizada para a busca das produções acadêmicas selecionadas. Em seguida, são apresentados os principais resultados encontrados nos estudos analisados e, por fim, são discutidas as contribuições e desafios apontados na literatura sobre o uso do GeoGebra no ensino das funções logarítmicas.

4.2. Base de Dados do IBICT

O levantamento teve como foco identificar estudos que abordassem o uso do software GeoGebra no ensino de funções logarítmicas, com ênfase em aspectos como:

- estratégias didáticas utilizadas;
- contribuições do software para a aprendizagem;
- dificuldades enfrentadas pelos estudantes;
- impactos na prática docente.

A análise foi realizada a partir de dissertações selecionadas por sua pertinência temática, destacando-se os trabalhos de Santos (2011), Siqueira (2013), Orlando (2014), Peixoto (2015), Silva (2017), Nogueira (2018) e Nascimento (2025), os quais apresentam propostas didáticas envolvendo o uso de tecnologias digitais no ensino de funções.

A análise das dissertações selecionadas evidencia um conjunto consistente de contribuições relacionadas ao uso do GeoGebra no ensino de funções logarítmicas e de conceitos correlatos.

Quadro 4 – Síntese dos estudos analisados

ANO INSTITUIÇÃO	AUTOR TIPO DE PRODUÇÃO	TÍTULO	FUNDAMENTA- ÇÃO TEÓRICA	FOCO ABORDAGEM
2011 / Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP)	Adriana Tiago Castro dos Santos / Dissertação,	O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software GeoGebra	(Duval, 2009); (Dreyfus, 1991); (Artigue, Douady e Moreno, 1995),	Ensino Médio (foco em estudantes do 3º ano)
2013 / Universidade de São Paulo (ICMC-USP)	Daniela de Morais Siqueira / Dissertação,	Elaboração de atividades de ensino de funções utilizando recursos computacionais no Ensino Médio	(Bogdan e Bikleen, 1994); (Gil, 2002); (Thiollent, 1985); (Sousa, 2009); (Zuffi e Pacca, 2000); (Courant e Robbins, 2000),	Ensino Médio (foco nos primeiros anos / 1º ano),
2014 / Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)	Orlando Eduardo da Silva Ferri / Dissertação,	Progressões e funções: da variação e caracterização das funções do tipo exponencial e logarítmica às técnicas de ajuste de curvas no uso de modelagem matemática	(Bassanezi, 2011); (Barbosa, 2001); (Skovsmose, 2001),	Ensino Médio (foco em alunos da 1ª e 2ª séries)
2015 / Universidade Federal de Goiás (UFG)	Carlos Antônio Ferreira Peixoto / Dissertação	O Uso do Geogebra no Ensino de Polinômios e Outras Funções	(Hohenwarter, 2001)	Ensino Básico / Ensino Médio
2017 / Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)	Diego Souza da Silva / Dissertação	Funções: construindo conceitos a partir da análise gráfica	(Ausubel, 1999; (Polya, 1995); (Bassanezi, 2002),	Ensino Médio (foco em uma turma de 3º ano),
2018 / Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)	Eduardo Leandro Peres Nogueira / Dissertação,	O uso da calculadora gráfica GeoGebra no smartphone como ferramenta para o ensino das funções exponencial e logarítmica	(Lima, 2006); (Iezzi, 2013),	Ensino Médio (foco em turmas de 1º ano)
2025 / Universidade Federal Rural do	Fábio França Nascimento / Dissertação	Aplicação de Modelos em Farmacocinética no Ensino de Funções	(Bassanezi, 2013); (Biembengut, 2011),	Ensino Médio (foco em turmas da 3ª série)

Rio de Janeiro (UFRRJ)		Exponenciais e Logarítmicas		
---------------------------	--	--------------------------------	--	--

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

Conforme Adriana Tiago Castro dos Santos, em 2011, seu estudo teve como objetivo elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática que envolveu o tema função logarítmica utilizando o software GeoGebra como uma estratégia pedagógica. Para tanto escolhemos como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação e Semiótica descrita por (Duval, 2009) e os processos do Pensamento Matemático Avançado segundo (Dreyfus, 1991). Como referencial metodológico, utilizamos os pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, 1995). As escolhas das atividades para compor a sequência foram retiradas do Caderno do Professor de Matemática da 1ª Série do Ensino Médio volume 3 (SÃO PAULO, 2009) com algumas adaptações que julgamos necessárias. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de São Paulo no Município de Itaquaquecetuba, durante oito encontros presenciais. As análises das produções realizadas pelos alunos em conjunto com as transcrições dos diálogos gravados em áudio durante a aplicação da sequência didática apontaram que houve dificuldade em fazer a conversão do registro gráfico no registro de partida para os registros: algébrico e na língua natural no registro de chegada. Segundo relato dos participantes, o uso do software GeoGebra contribuiu para a visualização e para a compreensão do comportamento gráfico das funções estudadas. Os processos do Pensamento Matemático Avançado envolvido nas estratégias de resoluções dos estudantes foram: a descoberta por meio de investigação, mudança de representação de um mesmo conceito, generalização e abstração.

Segundo Dreyfus (1991) esses processos são relevantes para a compreensão de um conceito matemático. Após as análises dos resultados concluímos que a aplicação da sequência didática utilizando o software GeoGebra foi uma estratégia eficiente para atingir os nossos objetivos propostos inicialmente.

De acordo com Daniela Siqueira, em 2013, seu projeto de pesquisa teve como foco as atividades para o ensino de funções no Ensino Médio com a utilização dos recursos tecnológicos do software Geogebra. O objetivo é compreender as manifestações dos alunos ao realizarem atividades de funções com o uso de recursos computacionais. Foram elaboradas atividades de ensino sobre o conceito e características das funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica, para os primeiros anos do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de São Paulo. A metodologia utilizada é a da pesquisa qualitativa; os dados coletados

foram o registro escrito dos alunos e as observações do diário de bordo da pesquisadora. Os resultados observados indicam que, embora os alunos apresentem dificuldades no conceito de função e suas peculiaridades, o uso do software proporciona uma melhor compreensão na análise e interpretação dos gráficos. O trabalho em grupo colaborou nas relações interpessoais dos alunos e o uso de recursos computacionais trouxe novo estímulo ao processo ensino aprendizagem. A pesquisa indicou que o professor, ao propor novas mediações e atividades de ensino, tem necessidade de refletir e reorganizar sua prática.

Segundo Orlando Eduardo da Silva Ferri, em 2014, seu trabalho apresenta-se uma proposta para o ensino de funções exponenciais e logarítmicas, precedido pelo conceito de Progressões que permite ao professor do ensino médio tratar do conceito de função exponenciais e logarítmica de maneira mais clara e construtivista para o aluno. Propõe-se a construção do conhecimento através de atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir do uso de tabelas construídas em planilhas eletrônicas e em um ambiente de geometria dinâmica (GeoGebra), explorando as ideias intuitivas de variação e caracterização dessas funções reais a partir das progressões no domínio discreto. Apresenta-se sugestões de atividades interdisciplinares envolvendo estimativas através do ajuste de curvas.

Em conformidade com Carlos Antonio Ferreira Peixoto, em 2015, seu trabalho foi idealizado para tornar as aulas de matemática dinâmicas. Com o uso do software Geogebra, colocamos sugestões, propondo uma sequência didática para o professor administrar aulas de polinômios do primeiro grau, polinômios do segundo grau, funções polinomiais, funções exponenciais, função logaritmo, funções trigonométricas. Sempre priorizando os gráficos dinâmicos que podemos construir com o geogebra. Não esquecendo do objetivo principal que é o aluno. Para facilitar foi criado um blog: carlospeixotomat.blogspot.com.br. Neste blog o professor pode baixar o arquivo do Geogebra e usar nas suas aulas.

Conforme Diego Silva, em 2017, o objetivo do seu trabalho é verificar como uma prática pedagógica baseada na construção e interpretação de gráficos durante o processo de ensino de funções matemáticas facilita a aprendizagem e mune de significado o conceito de função. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, cujas informações resultantes da aplicação de oficinas sobre funções a alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Canela foram analisadas, avigoradas pelos pressupostos teóricos apresentados. Considerando a importância do estudo de funções no currículo escolar e na compreensão de fenômenos relacionados a diversas áreas do conhecimento, a sequência didática desenvolvida deu o enfoque principal à abordagem visual que se pode fazer dos diversos conceitos e definições relativas a funções, possibilitada por meio dos esboços de gráficos e de construções dinâmicas

realizadas com o software GeoGebra. A importância desta pesquisa decorre da necessidade de os professores repensarem suas metodologias, como também dos benefícios trazidos para os alunos na aprendizagem da Matemática, em particular para a compreensão do conceito de função e dos demais desenvolvimentos científicos relacionados a ele. Dessa maneira, este trabalho aponta algumas das dificuldades encontradas por professores e alunos ao ensinar e aprender Matemática nos dias atuais; propõe uma sequência de atividades que, a partir da modelagem e resolução de problemas reais, pretende explorar os principais conceitos presentes no estudo de funções afins, quadráticas, exponenciais e logarítmicas e estabelece reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem de funções, analisando as consequências na aprendizagem trazidas por uma metodologia de ensino que durante a formação de conceitos dê ênfase à abordagem visual por meio da análise gráfica de diferentes funções.

De acordo com Eduardo Leandro Peres Nogueira, em 2018, seu trabalho tem como objetivo analisar o uso da Calculadora Gráfica GeoGebra no Smartphone para o ensino das Funções Exponencial e Logarítmica, verificando a capacidade do aplicativo em conduzir o aluno às definições e algumas propriedades dessas funções e a reflexão, translação vertical e função inversa através da visualização do comportamento dos seus gráficos. Para analisar o aplicativo, foram elaboradas duas atividades com questões discursivas que verificavam a influência de cada parâmetro nos gráficos das funções Exponencial e Logarítmica e foram aplicadas à cinco turmas de 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Prof. Anísio Teixeira. As respostas obtidas nas atividades e as opiniões dos alunos nos levaram a verificar que a Calculadora Gráfica GeoGebra realmente foi capaz de facilitar a compreensão do conteúdo trabalhado, além de aumentar o interesse dos alunos, sendo uma ferramenta de grande potencial que serve de benefício para o trabalho do docente e para o aprendizado do aluno.

Para Fábio França Nascimento, em 2025, seu trabalho aborda uma aplicação da matemática na modelagem de desempenho de fármacos, que permite determinar dosagens e intervalos de tempo precisos, maximizando a eficácia e minimizando os efeitos colaterais. Esta prática está alinhada com a Competência Específica 3 da BNCC, que enfatiza a aplicação do conhecimento matemático em situações reais. Funções exponenciais e logarítmicas são essenciais para entender a farmacocinética, garantindo a eficácia e segurança dos medicamentos. Compreensão dessas funções é fundamental para modelar e resolver problemas relacionados à concentração de fármacos no corpo, utilizando propriedades e gráficos. Ferramentas computacionais tais como o uso de Excel e GeoGebra facilitam a visualização e análise detalhada dos conceitos farmacocinéticos. Trabalhamos com duas turmas, sendo uma turma experimental onde vamos aplicar um questionário inicial para obter informações sobre

os medicamentos usados pelos alunos e suas famílias. Esse questionário ajudará a contextualizar as atividades da turma experimental e outra turma será a turma controle a qual adotaremos a metodologia de ensino e aprendizagem tradicional. Ao final do experimento, aplicamos uma avaliação para comparar o desempenho das duas turmas. Após a avaliação, foi realizada uma análise qualitativa e quantitativa das respostas e do desempenho dos alunos. Com possíveis melhorias para futuras implementações do projeto.

Outro aspecto evidenciado nos estudos refere-se à facilitação da relação entre funções exponenciais e logarítmicas, permitindo que os estudantes compreendam o caráter de inversão entre essas funções, o que muitas vezes constitui uma dificuldade no ensino tradicional.

Os trabalhos também destacam que o GeoGebra favorece práticas pedagógicas mais investigativas, nas quais os estudantes deixam de ser apenas receptores de informação e passam a atuar como sujeitos ativos no processo de aprendizagem, formulando hipóteses, testando ideias e analisando resultados.

De modo geral, os estudos analisados indicam que o uso do GeoGebra pode contribuir significativamente para o ensino de funções matemáticas, especialmente no que se refere à visualização de gráficos e à compreensão das relações entre diferentes representações matemáticas.

4.3. Discussão das Contribuições e Desafios Apontados na Literatura

A partir da análise dos estudos selecionados, observa-se que o ensino das funções exponenciais e logarítmicas no Ensino Médio ainda enfrenta desafios que comprometem a aprendizagem dos estudantes. Conforme apontado por (Siqueira, 2013), a predominância de práticas pedagógicas centradas na memorização de procedimentos algébricos dificulta a construção de uma aprendizagem significativa. Nessa perspectiva, (Ferri, 2014), destaca que a Matemática, quando ensinada de forma descontextualizada, tende a ser reduzida a um conjunto de técnicas e procedimentos, afastando-se das situações concretas e tornando-se um conhecimento restrito ao ambiente escolar. Como consequência, a ênfase excessiva na manipulação algébrica, em detrimento da interpretação gráfica, limita a compreensão da relação de interdependência entre grandezas, aspecto essencial para o estudo das funções (Siqueira, 2013).

Outro aspecto recorrente nas pesquisas refere-se às dificuldades relacionadas aos conhecimentos matemáticos prévios dos estudantes. Segundo (Santos, 2011), deficiências em conteúdos básicos, como cálculo algébrico, operações com frações e números decimais,

constituem obstáculos para a aprendizagem de conceitos mais complexos, como os logaritmos. O autor também evidencia dificuldades na conversão entre diferentes registros de representação semiótica, fundamentadas na teoria de (Duval, 2009). Nesse contexto, observa-se que muitos estudantes apresentam limitações ao transitar entre registros em língua natural, algébricos e gráficos, comprometendo a compreensão dos conceitos matemáticos (Santos, 2011).

Diante dessas dificuldades, os estudos analisados apontam que o uso de tecnologias digitais, especialmente do software GeoGebra, pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Conforme (Peixoto, 2015), a utilização dessa ferramenta favorece a visualização dinâmica dos objetos matemáticos e possibilita a exploração de parâmetros, permitindo aos estudantes compreenderem aspectos como o comportamento das curvas, o domínio, a imagem e as propriedades das funções. De forma complementar, (Silva, 2017), destaca que esses recursos potencializam a compreensão dos conceitos por meio da exploração gráfica e dinâmica.

Entretanto, as pesquisas também evidenciam limitações relacionadas à infraestrutura das escolas públicas. Conforme (Nogueira, 2018), a precariedade dos laboratórios de informática e a insuficiência de equipamentos tecnológicos dificultam a utilização de recursos digitais nas aulas de Matemática. Como alternativa, o autor destaca o uso do aplicativo GeoGebra em smartphones dos próprios estudantes, estratégia que amplia as possibilidades de acesso à tecnologia, favorece a mobilidade e contribui para aproximar o ensino da realidade tecnológica vivenciada pelos alunos.

Em suma, as literaturas evidenciam que para reverter os baixos índices de aprendizagem é imprescindível romper com o ensino puramente passivo e descontextualizado (Silva, 2017). Ao aliar intencionalmente tecnologias móveis, modelagem de fenômenos reais e uma sequência didática adequada, o professor deixa de ser um transmissor de fórmulas e atua como mediador, permitindo que o aluno construa seu saber com autonomia (Siqueira, 2013).

5 CONCLUSÃO

O ensino da Matemática no Ensino Médio envolve desafios relacionados à compreensão conceitual dos conteúdos por parte dos estudantes, especialmente quando se trata do estudo das funções e de suas representações gráficas. Entre esses conteúdos, a função logarítmica se destaca por exigir dos alunos a capacidade de compreender relações entre diferentes registros de representação matemática, como expressões algébricas, tabelas de valores e representações gráficas.

Entretanto, diversos estudos na área da Educação Matemática indicam que muitos estudantes apresentam dificuldades na compreensão desse conteúdo, sobretudo no que se refere à interpretação dos gráficos e à relação entre as diferentes formas de representação das funções. Essas dificuldades podem estar relacionadas, entre outros fatores, à predominância de abordagens pedagógicas que priorizam procedimentos algébricos, muitas vezes sem explorar de forma mais aprofundada a visualização e a interpretação gráfica das funções.

Nesse contexto, o presente trabalho teve como objetivo investigar as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica, a partir de um levantamento de estudos acadêmicos na área da Educação Matemática. Para isso, foram analisadas pesquisas que abordam o uso desse software como recurso didático no ensino de funções matemáticas, buscando compreender as potencialidades pedagógicas e os desafios relacionados à sua utilização em contextos educacionais.

A partir da análise dos estudos selecionados, foi possível identificar que o uso do GeoGebra apresenta diversas contribuições para o ensino das funções logarítmicas. Entre essas contribuições destaca-se a possibilidade de visualização dinâmica das funções matemáticas, permitindo que os estudantes observem de forma interativa o comportamento dos gráficos e explorem propriedades importantes das funções, como domínio, crescimento, assíntotas e relações entre diferentes representações.

Nesse sentido, ao retomar a questão norteadora desta pesquisa — quais as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica —, os resultados do levantamento de estudos indicam que o uso desse software pode favorecer uma compreensão mais significativa desse conteúdo, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento matemático e para a articulação entre diferentes formas de representação.

Além disso, a utilização do GeoGebra possibilita a realização de atividades mais investigativas em sala de aula, nas quais os estudantes podem explorar conceitos matemáticos por meio da experimentação, da análise de gráficos e da formulação de hipóteses. Esse tipo de

abordagem está em consonância com as orientações presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatiza a importância da utilização de diferentes representações matemáticas e do uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem.

Entretanto, a literatura também aponta alguns desafios relacionados à integração das tecnologias digitais no ensino da Matemática. Entre esses desafios destacam-se aspectos relacionados à infraestrutura tecnológica das instituições de ensino, à disponibilidade de equipamentos e à necessidade de formação docente para o uso pedagógico dessas ferramentas.

Nesse sentido, torna-se fundamental que o uso de tecnologias como o GeoGebra seja acompanhado de planejamento pedagógico adequado e de estratégias didáticas que permitam integrar essas ferramentas de forma significativa ao processo de ensino e aprendizagem. O software deve ser compreendido como um recurso que auxilia o trabalho do professor, e não como um substituto da mediação pedagógica necessária para a construção do conhecimento matemático.

Dessa forma, espera-se que este trabalho possa contribuir para ampliar as discussões sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática, especialmente no que se refere ao ensino das funções logarítmicas no Ensino Médio. A utilização de ferramentas como o GeoGebra pode representar uma importante possibilidade para tornar o ensino da Matemática mais dinâmico, visual e investigativo, favorecendo uma aprendizagem mais significativa por parte dos estudantes.

Este trabalho teve como objetivo analisar as contribuições do software GeoGebra para o ensino da representação gráfica da função logarítmica, a partir de um levantamento de estudos disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD/IBICT).

A análise dos estudos selecionados evidenciou que o uso do GeoGebra se configura como uma ferramenta pedagógica relevante no ensino de funções logarítmicas, especialmente no que se refere à compreensão de sua representação gráfica. Os resultados apontam que o software possibilita a visualização dinâmica do comportamento da função, permitindo que os estudantes explorem, de forma interativa, aspectos como domínio, imagem, crescimento, decrescimento e assíntotas.

Além disso, verificou-se que o uso do GeoGebra favorece a articulação entre diferentes registros de representação — algébrico, gráfico e numérico —, o que, conforme destaca (Duval, 2003), é fundamental para a compreensão matemática. Nesse sentido, o software contribui para a construção de significados, superando abordagens tradicionais baseadas apenas em procedimentos algorítmicos.

Outro aspecto relevante identificado refere-se ao aumento do engajamento dos estudantes, uma vez que o uso de tecnologias digitais torna o processo de ensino mais dinâmico, interativo e próximo da realidade dos alunos. As práticas pedagógicas mediadas pelo GeoGebra tendem a estimular a participação ativa dos estudantes, favorecendo abordagens investigativas e a construção do conhecimento de forma mais autônoma.

Dessa forma, os resultados indicam que o GeoGebra contribui significativamente para o ensino da função logarítmica, especialmente no desenvolvimento da compreensão gráfica, respondendo de maneira consistente à questão norteadora desta pesquisa.

Apesar das contribuições apresentadas, este estudo possui algumas limitações que devem ser consideradas.

Inicialmente, destaca-se que a pesquisa foi realizada a partir de um levantamento bibliográfico, com base em dissertações disponíveis na BDTD/IBICT, não envolvendo a aplicação direta de uma proposta didática em sala de aula. Dessa forma, os resultados refletem análises já realizadas por outros pesquisadores, não sendo fruto de investigação empírica própria.

Outra limitação refere-se ao recorte temático adotado, que priorizou estudos relacionados ao uso do GeoGebra no ensino de funções logarítmicas. Embora esse foco tenha permitido uma análise mais aprofundada, ele também restringe a abrangência da pesquisa, não contemplando outras abordagens metodológicas ou ferramentas tecnológicas que poderiam contribuir para o ensino desse conteúdo.

Além disso, a seleção dos estudos esteve condicionada à disponibilidade de trabalhos na base de dados consultada, o que pode ter limitado o acesso a outras produções relevantes não indexadas na BDTD.

Por fim, destaca-se que as condições de infraestrutura e formação docente, frequentemente apontadas nos estudos analisados, podem influenciar diretamente a implementação das propostas pedagógicas com o uso do GeoGebra, o que não foi investigado empiricamente neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Elton Viana de; MANRIQUE, Ana Lucia. **A educação matemática na perspectiva inclusiva**: investigando as concepções constituídas no Brasil desde a década de 1990. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 11, n. 27, p. 1-18, 2019.
- AUSUBEL, David Paul. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune and Stratton, 1963.
- AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática: conceitos e possibilidades**. São Paulo: Autêntica, 2017.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.
- BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF: MEC, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 10 dez. 2025.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Representações semióticas e aprendizagem matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2003.
- HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. **GeoGebra: software for mathematics education**. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, v. 4, n. 3, p. 1-6, 2009.
- KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 9. ed. Campinas: Papirus, 2012.
- EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.
- LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública: a pedagogia crítico-social dos conteúdos**. São Paulo: Loyola, 2006.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Filosofia da educação**. São Paulo: Cortez, 1994.

PEIXOTO, Carlos Antonio Ferreira. **O uso do GeoGebra no ensino de funções**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IME – Instituto de Matemática e Estatística, Goiânia-GO, 2015.

SILVA, Diego Souza da. **O uso do GeoGebra no ensino de funções**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal De Santa Maria – UFSM, Santa Maria-RS, 2017.

SIQUEIRA, Daniela de Moraes. **O uso de tecnologias no ensino de funções**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – USP Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2013.

NOGUEIRA, Eduardo Leandro Peres. **O ensino de funções exponenciais e logarítmicas com o uso do GeoGebra**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, 2018.

NASCIMENTO, Fábio França. **O uso do GeoGebra no ensino de funções logarítmicas**. 2025. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal Rural Do Rio De Janeiro, Seropédica-RJ, 2025.

ORLANDO, Eduardo da Silva. **O ensino de funções com o uso de tecnologias digitais**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, Curitiba-PR, 2014.

TAVARES, Romero. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. Revista Ciências & Cognição, Rio de Janeiro, v. 12, p. 72-85, 2007.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. **As pesquisas denominadas "Estado da Arte". Educação & Sociedade**, Campinas, v. 23, n. 79, p. 257-272, 2002.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 28. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. **As pesquisas denominadas do tipo Estado da Arte em educação**. Diálogo Educacional, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2014.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar: logaritmos**. v. 2. 10. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LIMA, Elon Lages et al. **A matemática do ensino médio**. v. 1. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2016.