INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BAHIA
CAMPUS BARREIRAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RUAN VITOR GOMES DA SILVA

DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS INTERATIVOS EM *PYTHON* PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

BARREIRAS-BA

2025

RUAN VITOR GOMES DA SILVA

DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS INTERATIVOS EM *PYTHON* PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, campus Barreiras como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. José Benício dos Anjos França

BARREIRAS-BA

2025

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO SISTEMA DE BIBLIOTECAS DO IFBA, COM OS DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

R821d Vitor Gomes da Silva, Ruan

DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS INTERATIVOS EM PYTHON PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: / Ruan Vitor Gomes da Silva; orientador José Benício dos Anjos França -- Barreiras : IFBA, 2025.

26 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) -- Instituto Federal da Bahia, 2025.

1. Pensamento Computacional. 2. Ensino de Matemática. 3. Python. 4. Trigonometria. I. Benício dos Anjos França, José, orient. II. TÍTULO.

CDD/CDU

DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS INTERATIVOS EM *PYTHON* PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Ruan Vitor Gomes da Silva [1]
Me. José Benício dos Anjos França[2]

RESUMO

Este estudo explora a incorporação da linguagem de programação *Python* no ensino de trigonometria no Ensino Médio, concentrando-se na lei dos senos e lei dos cossenos, com base nos princípios do pensamento computacional e do Construcionismo. A pesquisa, de caráter qualitativo e exploratório, criou *scripts* em *Python* para automatizar cálculos trigonométricos e uma plataforma digital interativa hospedada no *Google Sites*, usando o ambiente Trinket para integrar os algoritmos. O procedimento incluiu: (1) revisão da literatura sobre pensamento computacional e sua conexão com o ensino de matemática; (2) codificação iterativa dos algoritmos, com foco na validação matemática e na gestão de erros; (3) adaptação pedagógica do material para torná-lo mais compreensível. Conclui-se que a proposta apresenta um modelo replicável para professores, convertendo fórmulas abstratas em instrumentos interativos.

PALAVRAS-CHAVE: Pensamento Computacional; Ensino de Matemática; Python; Trigonometria.

ABSTRACT

This study explores the integration of the Python programming language into the teaching of trigonometry in High School, focusing on the law of sines and the law of cosines, based on the principles of computational thinking and Constructionism. The research, qualitative and exploratory in nature, developed Python scripts to automate trigonometric calculations and an interactive digital platform hosted on Google Sites, using the Trinket environment to embed the algorithms. The process included: (1) a literature review on computational thinking and its connection to mathematics education; (2) iterative coding of the algorithms, emphasizing mathematical validation and error handling; (3) pedagogical adaptation of the content to enhance accessibility. The study concludes that the proposal offers a replicable model for teachers, transforming abstract formulas into interactive tools.

KEYWORDS: Computational Thinking; Mathematics Education; Python; Trigonometry.

1 Graduando em Licenciatura em Matemática pelo IFBA - Campus Barreiras. E-mail: ruanvitor.matematica@gmail.com
2 Mestre em matemática pela UFBA e docente EBTT do IFBA - Campus Barreiras. E-mail: jose.franca@ifba.edu.br

1 INTRODUÇÃO

Diante do desafio de tornar o ensino de matemática mais atraente e reforçar o processo de aprendizagem, com ênfase no ensino de trigonometria, destacamos a utilização da linguagem de programação como uma alternativa promissora. A matemática, assim como outras ciências exatas, é encarada como uma disciplina desafiadora, o que, por sua vez, pode desencadear o desinteresse dos alunos em aprender essa disciplina. Nesse cenário, o uso da programação nas aulas de matemática, conforme defendido por Morais, Basso e Fagundes (2017), não apenas estimula o engajamento, mas também prepara os estudantes para um mercado de trabalho em que 92% das profissões exigirão habilidades digitais, e 45% dos trabalhadores necessitarão da capacidade de configurar e operar com confiança sistemas e tecnologias digitais (Souza, 2020).

Para além da demanda profissional, o pensamento computacional (PC) assume um papel crucial. Este pensamento é definido como a habilidade de resolver problemas por meio de etapas lógicas – como decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e automação –, tendo por base o PC, diversas iniciativas no âmbito educacional têm mostrado o engajamento dos estudantes e a possibilidade de abordagens interdisciplinares. Essa aproximação é respaldada por iniciativas globais e nacionais, conforme constatamos nos registros da Comissão Especial de Informática na Educação da Sociedade Brasileira de Computação (SBC) e do Workshop de Educação em Computação.

Sendo a automação uma das competências centrais do PC, percebe-se a necessidade de os professores de matemática incorporarem a linguagem da programação em suas práticas pedagógicas, pois conforme citado por Navarro, Souza e Rolkouski (2024), o PC oferece um caminho promissor para enriquecer o ensino e a aprendizagem de matemática.

Entretanto, frente aos diversos tipos de linguagens de programação, qual escolher? Para este trabalho, a preferência foi o *Python* e a escolha específica dessa linguagem é justificada pelo seu fácil uso e acessibilidade. Conforme indicado por Menezes (2021), tal linguagem é conhecida por sua sintaxe clara e concisa, o que facilita sua aprendizagem e seu uso. Trata-se de uma linguagem popular para desenvolvimento web, ciência de dados, inteligência artificial, automação de tarefas e muitas outras áreas da computação. Além disso, é de código aberto, o que implica na sua utilização, modificação e distribuição gratuitamente, tornando-a uma opção ideal para introduzir conceitos de programação para quem não tem uma experiência prévia nesta área do conhecimento.

Sendo assim, surge a seguinte indagação: Como o professor de Matemática pode utilizar a linguagem de programação *Python* nas suas aulas de trigonometria no Ensino Médio?

Este estudo tem como objetivo geral desenvolver *scripts* em linguagem de programação *Python* para o ensino de trigonometria do Ensino Médio, com destaque para o estudo de trigonometria em triângulos quaisquer. Durante nossa pesquisa, iremos fundamentar a importância do pensamento computacional nas aulas de matemática e introduzir a linguagem *Python*. Como resultado, criaremos uma página interativa na plataforma *Google Sites* contendo *scripts* em *Python*, oferecendo assim uma ferramenta dinâmica para explorar e praticar conceitos matemáticos.

Existem dois componentes essenciais para o embasamento desta pesquisa. O primeiro aborda as dificuldades que o autor encontrou ao aprender programação, especialmente quando teve seu primeiro contato antes de ingressar no curso superior. No entanto, após iniciar no curso de Matemática tais dificuldades foram gradualmente superadas, à medida que desenvolvia novas habilidades e competências. O segundo componente consiste no desenvolvimento de novos conhecimentos sobre o ensino de matemática usando a linguagem *Python*. Isso é importante porque, embora, conforme Carneiro (2022), o *Python* seja uma linguagem comum em vários cursos de licenciatura, ainda não há muitos trabalhos acadêmicos que a relacione diretamente com o ensino dos assuntos abordados nesta pesquisa.

Ao unir rigor matemático, pensamento computacional e ferramentas digitais, este trabalho busca desenvolver *scripts* em linguagem de programação *Python* para o ensino de trigonometria no Ensino Médio, com destaque para o estudo de trigonometria em triângulos quaisquer.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 CONSTRUCIONISMO

Esta subseção atende ao objetivo específico de fundamentar teoricamente a pesquisa na teoria do construcionismo de Seymour Papert, um matemático e educador sul-africano, considerado o mais importante pensador sobre o uso de computadores na educação.

Por ter sido aluno de Jean Piaget, Papert compartilha a visão de que o aprendizado é mais eficaz quando os estudantes estão envolvidos na construção ativa do conhecimento. No entanto, o referido autor acrescenta a importância do interesse pessoal do estudante na temática. Assim:

> [...] O construcionismo de Seymour Papert está além do construtivismo, pois é um dos meios de aprendizagens que propicia a construção das estruturas cognitivas do sujeito a partir de suas ações, respaldadas em suas vivências de mundo, em ações concretas (Santos B.; Santos M.; Silva, 2020. p. 61).

Conforme o exposto, o conhecimento não se limita apenas à transferência de informações do professor para os estudantes, mas envolve processos e construções que visam torná-los alunos participantes, ativos na construção de seu próprio saber (Bessa, 2021).

A proposta de Papert para essa transformação na construção do conhecimento é que haja uma inversão de papéis, em que o professor não mais desempenha o papel central, transferindo essa posição para o aluno.

Partindo desse pressuposto, Papert desenvolveu uma metodologia que facilita o processo de aquisição e elaboração de aprendizagem pelos alunos através da utilização do computador, surgindo assim, no início dos anos 60, o ambiente de programação LOGO. O projeto inicial tinha como base uma máquina física, apelidada de “robô tartaruga”. Hoje, com o avanço da computação, é possível utilizar a linguagem LOGO apenas com um computador, sem a necessidade do robô físico.

Com isso, é possível perceber a importância do computador para o construcionismo nos dias de hoje e que através da reflexão sobre o processo de pensamento, essa teoria facilita o desenvolvimento do PC. Na próxima seção, abordaremos especificamente o pensamento computacional, explorando estudos na área, concepções e habilidades que o tornam viável no ensino básico.

2.2 PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Em 1980, Papert publicou o seu livro "Mindstorms: children, computers, and powerful ideas". Nessa obra, surgiu pela primeira vez o termo "pensamento computacional", conforme citado por Souza (2021, p. 45), Papert não estabelece uma definição para o termo pensamento computacional; em vez disso, estabelece uma noção do uso do computador na educação e das maneiras pelas quais podemos mudar nossa maneira de pensar, embora isso não ocorra necessariamente com a presença física da máquina.

Para uma compreensão mais atual, Navarro, Souza e Rolkouski (2024) expande essa ideia, baseando-se em Vigotski, para caracterizar o pensamento computacional como um processo que combina três dimensões, sendo elas o pensamento algébrico, pensamento algorítmico e resolução de problemas.

No entanto, o termo PC deixou de ser usado na Educação Matemática (Navarro, Souza e Rolkouski, 2024), voltando a ter destaque após um artigo de Jeannette Wing, então diretora de pesquisas computacionais da *National Science Foundation* (NSF), publicado em março de 2006 na revista *Communications of the ACM* (Souza, 2021).

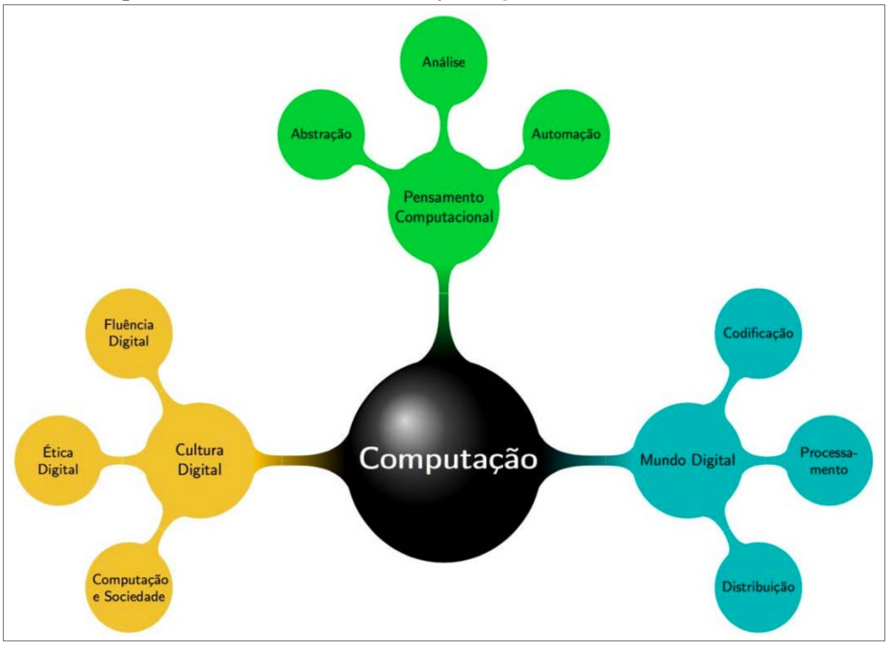
Nesse artigo, Wing (2006) elucida que o PC é uma habilidade mental que envolve a resolução de problemas e a concepção de sistemas usando conceitos e métodos da ciência da computação. Ele se baseia no poder e limites dos processos de computação, quer sejam executados por um humano ou por uma máquina. O PC envolve capacidade de decompor um problema complexo em partes menores, identificar padrões e abstrações, criar algoritmos e testar soluções.

A referida autora, com o intuito de complementar suas colocações, publicou um artigo em 2011, declarando que:

> O pensamento computacional é o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas e suas soluções para que as soluções sejam representadas de uma forma que possa ser efetivamente realizada por um agente de processamento de informações (Wing, 2011 *apud* Bessa, 2020, p. 21).

No âmbito nacional, a Ribeiro et al. (2019) define o PC como “habilidade de compreender, definir, modelar, comparar, solucionar, automatizar e analisar problemas (e soluções) de forma metódica e sistemática” (Ribeiro et al., 2019, p. [6]). Conforme ilustrado na Figura 1, os autores posicionam essa competência como um dos três eixos estruturantes da área da Computação.

Figura 1 - Eixos da Computação na visão da SBC



Fonte: Ribeiro et al., 2019, p.[5].

Além de esclarecer o conceito de PC, Ribeiro et al. (2019) afirma que ele:

> Apesar de ser um termo recente, vem sendo considerado como um dos pilares fundamentais do intelecto humano, junto com a leitura, a escrita e a aritmética pois, como estas, serve para descrever, explicar e modelar o universo e seus processos complexos (Ribeiro et al. 2019, p. [6]).

Tendo em vista as diferentes visões sobre o PC, podemos observar que, apesar de não haver uma definição consensual sobre o termo, as características apresentadas por cada autor ou instituição refletem que há uma tentativa de obtê-la.

Nesta seção, apresentamos o conceito de PC de forma mais geral. A seguir, realizaremos uma análise de pesquisas e documentos que conectam Matemática, PC e Programação. Esses estudos forneceram informações sobre a interseção desses temas nos estudos atuais e serviram como fundamento para aprofundar nossas discussões.

2.3 RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA, PC E PROGRAMAÇÃO

As autoras Barr e Stephenson (2011) argumentam que os conceitos do pensamento computacional devem ser trabalhados já no ensino fundamental e médio. Para viabilizar essa integração, elas defendem que deve existir uma definição operacional do termo, possibilitando uma abordagem prática para incorporar o pensamento computacional na educação básica.

Na tentativa de fornecer aos professores da educação básica uma definição operacional do PC, a *International Society for Technology in Education* (ISTE) e a *American Computer Science Teachers Association* (CSTA) propuseram nove ideias fundamentais relacionadas ao pensamento computacional, que incluem: “coleção de dados, análise de dados, representação de dados, decomposição de problema, abstração, algoritmos e procedimentos, automação, paralelização e simulação” (ISTE; CSTA, 2011 *apud* Navarro; Souza; Rolkouski, 2024, p. 8).

Conforme Barr e Stephenson (2011) uma definição útil necessita de ser associada a exemplos de aplicação do PC na sala de aula. Assim, partindo da definição pensada pela ISTE e CSTA, as autoras explicam como esses conceitos podem ser aplicados na educação básica.

Se o aluno já compreendeu bem o assunto de decomposição em fatores primos, por exemplo, um algoritmo pode ser utilizado para automatizar o processo de fatoração, mostrando os critérios utilizados em cada etapa.

Para fazer isso, seria necessário utilizar máquinas ou computadores para realizar tarefas repetitivas e tediosas, o que de acordo com a ISTE e CSTA (2011), conforme citado por Souza (2021) é a definição de automação. Essa competência pode ser incorporada às aulas de matemática por meio da introdução de trechos de código em *Python*, conforme proposto por Barr e Stephenson (2011), que será descrito a seguir.

À luz do que foi abordado até agora, é possível afirmar que o pensamento computacional, que é relevante para muitos campos, está se tornando cada vez mais um eixo crucial a ser aplicado na educação. No entanto, uma vez que a BNCC incorpora principalmente o PC nas recomendações de aprendizagens essenciais voltadas à matemática, são os professores dessa disciplina que normalmente assumem a responsabilidade pelo seu desenvolvimento.

Na próxima seção, abordaremos as principais referências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ao PC no ensino de matemática, destacando tanto as menções diretas quanto as habilidades e competências que se sobrepõem às discutidas anteriormente.

2.4 BNCC E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL

É possível perceber que a BNCC refere-se ao uso de tecnologias digitais desde o Ensino Fundamental dos Anos Iniciais – EFAI, conforme Corrêa Júnior e Raabe (2021, p. 230) pontuam:

> [...] estas referências aparecem em praticamente todas as áreas do conhecimento. E, quando menciona tais tecnologias digitais, o contexto é sempre da criação, do uso crítico, do desenvolvimento da imaginação, ou seja, convergindo para atributos do Pensamento Computacional.

Ademais, a BNCC faz referência explícita ao pensamento computacional quando diz que:

> [...]. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o **desenvolvimento do pensamento computacional** (Brasil, 2018, p. 266, grifo nosso).

É relevante destacar, por mencionar explicitamente o uso de tecnologias digitais, uma das dez habilidades específicas da área de matemática para o ensino fundamental estabelecidas na BNCC. Essa competência demanda que os alunos devem “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (Brasil, 2018, p. 267).

Dentre os diversos eixos da matemática, nesta pesquisa abordaremos tópicos relacionados ao ensino da geometria, com ênfase na trigonometria. Diante disso, a próxima seção versará sobre o ensino deste conteúdo e sua evolução ao longo dos anos.

2.5 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

As primeiras evidências do que hoje conhecemos como trigonometria foram encontradas nas civilizações egípcia e babilônica, de acordo com Costa (2003). No

Egito, o Papiro Rhind, que data aproximadamente 1650 a.C., abordava questões relacionadas às razões entre os lados dos triângulos, já os babilônios desenvolveram conhecimentos básicos impulsionados pela astronomia e agricultura.

A palavra trigonometria vem da seguinte composição grega: "*tri*" + "*gonos*" + "*metron*" ou "*metrien*" que significa três + ângulos + medidas, respectivamente. Etimologicamente, nos remete ao estudo das medidas dos lados, ângulos e outros elementos dos triângulos. No entanto, as aplicações da trigonometria vão além do estudo de triângulos, estando presente também na eletricidade (medindo corrente alternada senoidal), na astronomia (medindo distâncias astronômicas), na engenharia civil, entre outras áreas. A ampla aplicação da trigonometria destaca a importância de fomentar o aprendizado sobre ela, o que permite sua aplicação em uma variedade de contextos acadêmicos, científicos e práticos.

O ensino de trigonometria evoluiu ao longo dos anos, passando por diferentes abordagens. Nacarato (2003) enumera três etapas importantes: 1) Inicialmente, até meados de 1929, predominava a instrução ligada às idéias da geometria euclidiana; 2) Posteriormente, entre 1960 e 1980, o Movimento da Matemática Moderna influenciou a abordagem da trigonometria sob a perspectiva do cálculo vetorial, com foco nas funções circulares; 3) Por fim, houve um padrão para o uso de algoritmos a partir de 1980, quando as estratégias de ensino deixaram de lado os significados matemáticos e as propriedades. Isso levou a uma abordagem desconectada de contextos e sentidos, como visto nos livros didáticos. Essas mudanças enfatizam a dinâmica do ensino de trigonometria ao longo do tempo e as diferentes prioridades que são estabelecidas para cada fase.

A BNCC diz que o ensino da trigonometria deve desenvolver habilidades que permitam aos alunos a resolver e elaborar problemas em diferentes contextos, mais especificamente, os estudantes devem ser capazes de "aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos" (Brasil, 2018, p. 536).

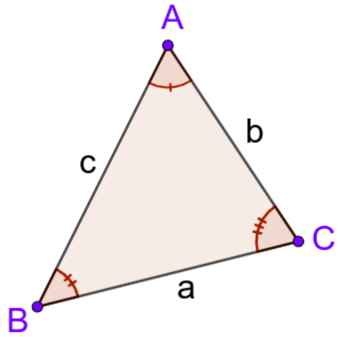
Diante dessa habilidade específica de matemática presente na BNCC, a seguir, exploraremos o conceito da lei dos senos e da lei dos cossenos, suas fórmulas e suas principais aplicações em problemas.

2.5.1 Lei dos cossenos

A lei dos cossenos é um teorema matemático usado para encontrar a medida de um dos ângulos ou um dos lados em qualquer triângulo.

Podemos enunciar a lei dos cossenos da seguinte forma: “Em qualquer triângulo, o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados, menos o duplo produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo formado por eles.” (Iezzi, 2013, p. 226).

Figura 2 - Triângulo - lei dos cossenos



Fonte: De própria autoria.

Da lei dos cossenos, e considerando o triângulo ABC com lados medindo a, b e c (figura 2), temos as seguintes expressões para cada lado:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\hat{A}) \quad (1)$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\hat{B}) \quad (2)$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\hat{C}) \quad (3)$$

A relação entre as expressões demonstra que a lei dos cossenos é uma das generalizações do Teorema de Pitágoras. De fato, se aplicarmos a lei no triângulo retângulo para obter a medida da hipotenusa, teremos que o cosseno do ângulo oposto a hipotenusa é zero ($\cos(90°)=0$), daí a expressão final é o próprio Teorema de Pitágoras.

Analisando a lei dos cossenos concluímos que a mesma é aplicada em duas situações distintas, quanto ao resultado esperado na fórmula:

I. Para determinar a medida de um ângulo, dado as três medidas do lado do triângulo;

II. Para determinar a medida de um dos lados, dado os outros dois lados e um dos ângulos internos do triângulo.

Na primeira situação, podemos obter a medida de qualquer ângulo interno, um por vez, sendo o último deles obtido pela relação da soma dos ângulos internos do triângulo.

Considere conhecidas as medidas dos lados a, b e c da figura 2, podemos obter a medida do ângulo $\hat{A}$ utilizando a equação (1), para isso, inicialmente isolamos o $\cos(\hat{A})$ da seguinte forma:

$$\cos(\hat{A}) = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \tag{4}$$

Em seguida, recorremos ao conhecimento de arco trigonométrico, especificamente o arco cosseno como segue:

$$\hat{A} = \arccos\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right) \tag{5}$$

Analogamente, a medida de um dos dois ângulos restantes pode ser determinada pelo mesmo princípio. Com a medida de dois dos ângulos conhecidos, o valor do terceiro ângulo pode ser obtido usando a relação da soma dos ângulos internos de um triângulo que é sempre 180°.

Já na segunda situação, a medida do lado desconhecido pode ser oposto ou adjacente ao ângulo dado. Neste caso, teremos duas soluções possíveis, a saber:

I. Determinar a medida do lado oposto ao ângulo, para isso, é só extrair a raiz quadrada após substituir os dados, na própria lei (equação 1, 2 ou 3), ou seja:

$$a = \pm\sqrt{b^2+c^2-2bc \cdot \cos(\hat{A})} \tag{6}$$

$$b=\pm\sqrt{a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\hat{B})} \tag{7}$$

$$c=\pm\sqrt{a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\hat{C})} \tag{8}$$

II. Determinar a medida de um dos lados adjacentes ao ângulo dado: Considere conhecida a medida do ângulo Ĉ e as medidas dos lados a e c da figura 2, neste caso, b é a incógnita adjacente ao ângulo Ĉ, sendo assim, podemos constatar que a expressão obtida após substituir os dados será uma equação quadrática como segue:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\hat{C}) \tag{9}$$

Colocando na forma canônica, em função de b, com a e c pertencentes aos reais positivos e 0 < Ĉ < 180°.

$$b^2+(-2a\cdot\cos(\hat{C}))b+(a^2-c^2)=0 \tag{10}$$

Tendo em vista que não existe medida nula ou negativa para formar o lado de polígonos, em especial os triângulos, o conjunto universo da equação anterior é o dos números reais não nulos.

Para solucionar essa equação quadrática, utiliza-se a fórmula resolutiva para equações polinomiais do segundo grau, que, em sua forma geral, é representada por:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad \forall\, a,b,c \in \mathbb{R} \text{ e } a\neq 0 \tag{11}$$

onde a, b e c são os coeficientes da equação $ax^2+bx+c=0$. O francês François Viète (1540-1603), pioneiro na sistematização da álgebra por meio de símbolos, foi quem desenvolveu o tratamento algébrico sistemático dessa fórmula.

As raízes da equação 10, de acordo com a fórmula quadrática, são dadas por:

$$b = \frac{2a \cdot \cos(\hat{C}) \pm \sqrt{4a^2 \cdot \cos^2(\hat{C}) - 4(a^2 - c^2)}}{2} \quad b \in \mathbb{R}_+^* \; e \;\; 0 < \hat{C} < 180°. \tag{12}$$

Considerando as possíveis raízes b_1 e b_2 para a fórmula 12, temos as seguintes análises:

- b_1 e b_2 > 0, duas possíveis medidas para o lado adjacente ao ângulo dado;
- Se somente um deles b_1 ou b_2, for negativo ou nulo, o resultado será aquele com medida positiva, ou ainda, $b_1 \cdot b_2 \leqslant 0$, então $b_1 \leq 0$ ou $b_2 \leq 0$.

Neste sentido, o contexto de aplicação da lei dos cossenos irá determinar qual das duas possibilidades será válida para o problema, tipo: na medição de distâncias que é uma das aplicações da lei dos cossenos, por exemplo, ao medir a largura de um rio, podemos avaliar os possíveis resultados e determinar se a medida plausível é a maior ou a menor obtida no cálculo, quando ambas são positivas.

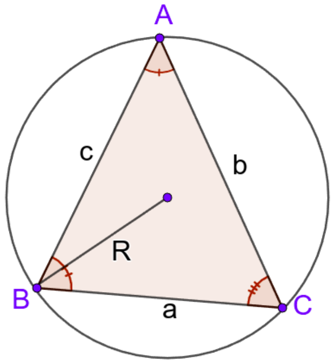
2.5.2 Lei dos senos

Em termos de algoritmo para calcular a lei dos cossenos, temos as situações apresentadas anteriormente. Vamos analisar a lei dos senos e seus algoritmos.

A lei dos senos é uma ferramenta da trigonometria usada para encontrar a medida de um dos lados ou um dos ângulos em qualquer triângulo, onde a relação do seno de um ângulo é sempre proporcional à medida do lado oposto a esse ângulo.

Dado um triângulo ABC qualquer, é sempre possível inscrevê-lo numa circunferência com base nos conhecimentos de Geometria, conforme a figura 3:

Figura 3 - Triângulo inscrito



Fonte: De autoria própria.

De acordo com Iezzi (2013, p. 226), a lei dos senos e enunciada como: "Em qualquer triângulo, o quociente entre cada lado e o seno do ângulo oposto é constante e igual à medida do diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo".

Considerando a circunferência de raio R e o triângulo ABC com lados medindo a, b e c, conforme a figura 3, aplicando a lei dos senos, temos as seguintes expressões:

$$\frac{a}{sen(\hat{A})}=\frac{b}{sen(\hat{B})}=\frac{c}{sen(\hat{C})}=2R \tag{13}$$

Como $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são ângulos internos de um triângulo e este é definido por três pontos não colineares (Iezzi, 2013), podemos definir que os ângulos são 0 < $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ < 180°. Salientando que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180°.

O enunciado pode ser reescrito para uma forma mais simples, como segue: Em qualquer triângulo, as medidas dos lados são proporcionais às correspondentes medidas dos senos dos ângulos opostos.

Referente aos lados e ângulos do triângulo, a lei dos senos é aplicada em duas situações distintas, quanto ao resultado esperado na fórmula:

I. Para determinar a medida de um ângulo, conhecendo dois lados e o ângulo oposto a um dos lados conhecidos em um triângulo;

II. Para determinar a medida de um lado, dado dois ângulos e o lado oposto a um dos ângulos conhecidos em um triângulo;

Para fins de explicação, toma-se a proporção 14, a partir da relação 12.

$$\frac{a}{sen(\hat{A})}=\frac{b}{sen(\hat{B})} \tag{14}$$

No primeiro caso, considere conhecidas as medidas de a e b e o ângulo $\hat{B}$ da figura 3, podemos obter a medida do ângulo $\hat{A}$ a partir da proporção 14, para isso, inicialmente isolamos $sen(\hat{A})$ como segue:

$$sen(\hat{A})=\frac{a\cdot sen(\hat{B})}{b} \tag{15}$$

Em seguida, recorremos ao conhecimento de arco trigonométrico, especificamente ao arco seno, da seguinte maneira:

$$\hat{A} = arcsen\left(\frac{a \cdot sen(\hat{B})}{b}\right) \tag{16}$$

Com a medida de dois dos ângulos conhecidos, o valor do terceiro ângulo pode ser obtido usando a relação da soma dos ângulos internos de um triângulo que é sempre 180°.

Na segunda situação, considere conhecida a medida b e os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$. Como os ângulos internos de um triângulo são não nulos e não rasos, aplicando a lei dos senos, podemos obter a medida de a, a partir da proporção 14, ao isolarmos essa medida.

$$a = \frac{b\, sen(\hat{A})}{sen(\hat{B})} \quad 0 < sen(\hat{A}),\ sen(\hat{B}) < 1; \tag{17}$$

Logo teremos uma única medida para $a > 0$.

De posse das expressões algébricas que retorna as medidas dos lados ou dos ângulos tanto na aplicação da lei dos cossenos ou lei dos senos, podemos interagir com a linguagem de programação *python* para criar uma ferramenta interativa que automatize estes cálculos otimizando o processo para focar na interpretação dos problemas e suas variações ao invés de focar apenas no processo algébrico e aritmético.

2.6 *PYTHON*

O PC pode ser desenvolvido de duas maneiras: fazendo uso de tecnologias digitais e sem usar tecnologias digitais (o método "*unplugged*"). Para o desenvolvimento da habilidade de automação, deve-se utilizar, preferencialmente, a abordagem com o uso de Tecnologias digitais (TD). Por isso, optamos pela utilização de uma linguagem de programação.

De acordo com Carneiro (2022) uma linguagem de programação é como uma coleção de regras especificadas pelo usuário que devem ser compreendidas e executadas pelo computador para realizar tarefas. Abrangendo desde a solução numérica de problemas matemáticos até a aquisição de medidas em experimentos laboratoriais.

As linguagens de programação possuem uma variedade de formas, cada uma com características voltadas para determinadas áreas. Algumas, como MATLAB, *Python* e R, são mais adequadas para computação científica, enquanto outras, como *JavaScript*, *Java* e PHP, são mais apropriadas para desenvolvimento Web.

Por ter como alvo os estudantes do ensino médio, os objetivos deste trabalho sugerem o uso de uma linguagem de alto nível, isto é, uma linguagem que tenha uma sintaxe mais simples e próxima das línguas humanas. Das linguagens desse tipo, o *Python* se destaca por ter características que melhoram a sua legibilidade, com destaque em: dispensar o uso de ponto e vírgula no final de cada linha de comando e usar a própria indentação para definir blocos de código, dispensando o uso de caracteres especiais para realizar essa função. Essas qualidades o torna mais acessível para iniciantes em programação.

Menezes (2021) evidencia outras vantagens da linguagem, como a rapidez com que os resultados são obtidos e a sua licença de código aberto o que permite a utilização gratuitamente em praticamente qualquer arquitetura de computador e sistema operacional.

Além disso, foi criada no início dos anos 90 por Guido van Rossum, matemático e programador holandês, e é considerada uma sucessora de uma linguagem chamada ABC, desenvolvida na *Stichting Mathematisch Centrum*. Seu objetivo sempre foi atingir o maior número possível de pessoas, promovendo acessibilidade e simplicidade de programação.

Desde sua criação, vem crescendo em diversas áreas da computação, devido a grande quantidade de bibliotecas e *frameworks* que a linguagem possui, além de uma boa disponibilidade de materiais e documentação, conforme pontua Menezes (2021).

2.6.1 Sintaxe do *Python*

De acordo com Franco (2011, p. 2):

Uma das principais características que diferencia a linguagem Python das outras é a legibilidade dos programas escritos. Isto ocorre porque, em outras linguagens, é muito comum o uso excessivo de marcações (ponto ou ponto e vírgula), de marcadores (chaves, colchetes ou parênteses) e de palavras especiais (begin/end), o que torna mais difícil a leitura e compreensão dos programas. Já em Python, o uso desses recursos é reduzido, deixando a linguagem visualmente mais limpa, de fácil compreensão e leitura.

A seguir, apresentamos a sintaxe da linguagem *Java* (Figura 5) em contraste com a do *Python* (Figura 4). Além de ser mais legível, o *Python* se distingue de outras linguagens de programação por não exigir a declaração do tipo de cada variável no início do programa. Quando um valor é atribuído a uma variável, ela automaticamente assume o tipo desse valor, conforme descrito por Franco (2011).

Figura 4 - Condicional em *Python*

```
a = 10
b = 8

if a > b:
    print(a)
else:
    print(b)
```

Fonte: De autoria própria.

Figura 5 - Condicional em *Java*

```
public class javaExemplo {
    public static void main(String[] args) {
        double a = 10;
        double b = 8;

        if (a > 10) {
            System.out.print(a);
        } else {
            System.out.print(b);
        }
    }
}
```

Fonte: De autoria própria.

Geralmente, para escrever código em *Python*, é necessária uma plataforma chamada de IDE[3] ou um editor de texto pensado para o desenvolvimento de *softwares*. No mercado, existem vários ambientes de desenvolvimento disponíveis, tais como o *Google Colab*, *Jupyter Notebook*, *PyCharm*, *Trinket*, entre outras. Neste trabalho, optamos pela plataforma *Trinket*. Na próxima subseção abordaremos as particularidades do *Trinket,* para fundamentar sua escolha na produção do site.

2.6.2 Ambiente de desenvolvimento *Trinket*

O *Trinket* é um ambiente de codificação online que permite criar e compartilhar código de programação de forma interativa. A plataforma é voltada para ser utilizada em ambientes educacionais fornecendo um ambiente prático e

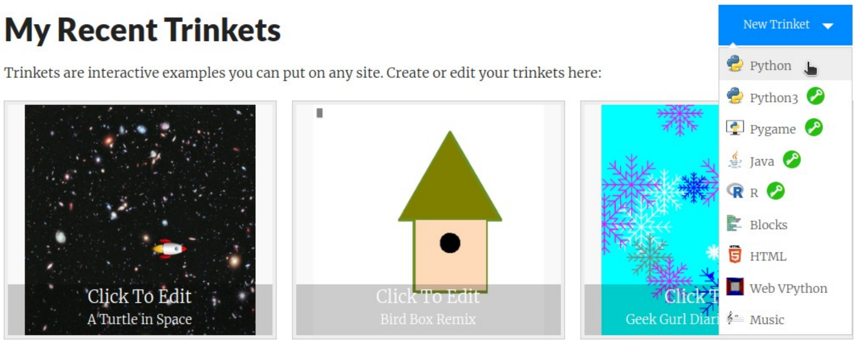
3 Um ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) é um software para criar aplicações que combina ferramentas comuns de desenvolvedor em uma única interface de usuário gráfica (GUI).

acessível para a programação. Essa opção permite integrar a janela de códigos diretamente em um site, viabilizando a criação de atividades interativas.

A plataforma ainda não oferece suporte à tradução para o português. No contexto da programação, isso não constitui um obstáculo significativo, uma vez que a maioria das linguagens de programação utiliza comandos em inglês. Recomenda-se que, ao utilizar a ferramenta, a opção de tradução automática do navegador seja desativada. Isso se deve ao fato de que a tradução automática pode converter comandos da linguagem para o português, o que pode levar o usuário a acreditar erroneamente que a sintaxe da linguagem corresponde à tradução fornecida.

A versão gratuita oferece a criação ilimitada de *"Trinkets"* para *Python* 2, além de permitir o desenvolvimento de códigos em HTML e programação em blocos estilo *Scratch*, entre outras. No entanto, para trabalhar com linguagens adicionais como *Java*, R e *Python* 3, é necessário um plano pago.

Figura 6: Seleção de linguagens da plataforma *Trinket*



Fonte: De autoria própria.

Para aproveitarmos a versão gratuita da ferramenta, os códigos serão escritos no *Python* 2, que embora não seja a versão mais recente e já tenha perdido o suporte oficial da *Python Software Foundation* (PSF), em 2020, é robusto o suficiente para a automação de cálculos relacionados à lei dos senos e à lei dos cossenos.

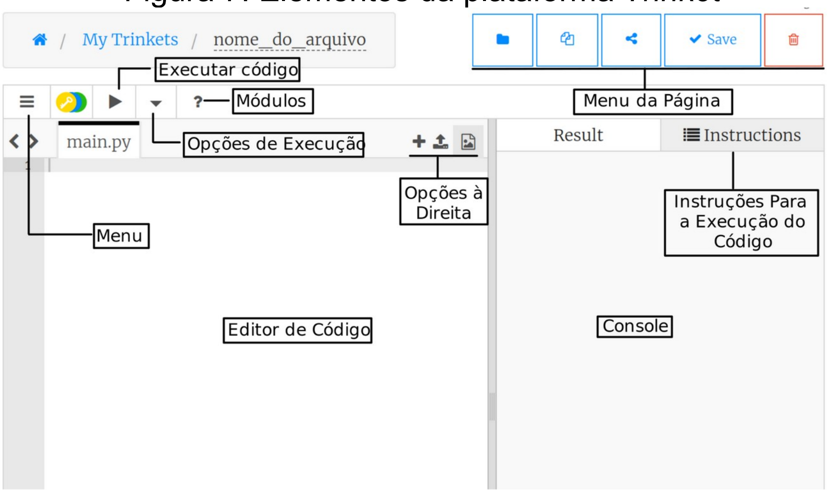
Ao utilizar a versão 2 do *Python*, é importante garantir que o código escrito seja compatível com a sintaxe da versão mais atual da linguagem. Dessa forma, o aluno poderá aplicar seus conhecimentos sem precisar adaptar o código para versões mais recentes.

O *Trinket* permite a importação de algumas bibliotecas do *Python* importantes para a matemática, dentre elas destacamos as seguintes: *math*; *matplotlib.pyplot*;

numpy e *random*. Neste projeto, priorizamos a biblioteca *math* no processo de automação.

Cientes das principais particularidades do *Trinket* e de seus principais objetivos, partimos para o detalhamento de suas características. A Figura 7 apresenta o referido ambiente de codificação e a identificação de suas áreas.

Figura 7: Elementos da plataforma *Trinket*



Fonte: De autoria própria.

A figura 7 apresenta as principais áreas que compõem o ambiente de programação em *Python* do *Trinket*, começando com o menu da página. Nele, encontram-se itens como: criar uma nova pasta, duplicar o arquivo, compartilhar, salvar e apagar. Destacamos especialmente a opção de “Compartilhar”, que oferece a possibilidade de integrar o projeto a um site externo. Esta funcionalidade foi utilizada em nosso trabalho.

O editor de código é o local onde o usuário insere os comandos a serem interpretados. Os resultados são exibidos no console imediatamente após o clique no botão “Executar Código". Se for necessário fornecer instruções para a execução correta do *script*, isso pode ser feito clicando na aba “Instruções para a Execução do Código".

Sobre a opção "Módulos", ao selecioná-la, são exibidos todos os módulos *Python* suportados pelo *Trinket*. Por fim, as "Opções à Direita" permitem criar um arquivo de texto, fazer o upload de um arquivo de texto e adicionar ou visualizar imagens previamente inseridas.

Devido às suas características, o *Trinket* foi selecionado para esta pesquisa por permitir programar sem a necessidade de configuração prévia do ambiente de desenvolvimento. Isso simplifica o processo, tornando-o mais direto e acessível, inclusive para pessoas que não possuem um computador, já que é possível utilizar a plataforma a partir de um celular com conexão à internet, além de sua portabilidade para sites.

3 METODOLOGIA

Com o intuito de alcançar os resultados delineados nos objetivos deste trabalho, abordaremos a natureza da pesquisa e forneceremos uma descrição dos procedimentos que conduziram à solução do problema identificado, culminando assim no desenvolvimento do produto educacional almejado.

3.1 TIPO DA PESQUISA

Segundo Gil (2002, p. 17) a pesquisa é “[...] o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. Para ele, isso é realizado por meio da combinação do conhecimento existente e da aplicação cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos. Adicionalmente, as pesquisas podem ser classificadas de várias maneiras, levando em consideração não apenas a abordagem adotada, mas também os objetivos almejados e os procedimentos técnicos utilizados.

Quanto à abordagem, o presente estudo terá um aspecto qualitativo, pois tem essa perspectiva “[...] qualquer tipo de pesquisa que produza resultados **não** alcançados através de procedimentos estatísticos ou de outros meios de quantificação” (Strauss e Corbin, 2008, p. 23, grifo nosso), considerando que a pesquisa visa uma análise aprofundada, envolvendo revisão de literatura e compreensão do papel do PC no contexto educacional, destacamos a explanação de conceitos fundamentais da linguagem e adicionalmente, também adotamos uma abordagem qualitativa ao incorporar o processo criativo e a construção do material educacional.

Os objetivos descritos nesta pesquisa permitem classificá-la ainda como exploratória, haja visto que as pesquisas exploratórias:

> [...] têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições (Gil, 2002, p.41).

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos, a pesquisa é classificada como bibliográfica, por ser norteada a partir de materiais já publicados anteriormente sobre o tema de estudo (Marconi; Lakatos, 2017) no que tange a abordagem dos conteúdos com a releitura e adaptação para incorporação na linguagem *Python*.

3.1 CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A criação da plataforma educacional foi organizada em duas etapas que se estenderam ao longo de todo o trabalho.

Iniciada após a escrita do referencial teórico, a primeira etapa teve foco no desenvolvimento dos *scripts*, diretamente na plataforma *Trinket*, utilizando os princípios matemáticos estudados durante a escrita do trabalho. O algoritmo em *python* da lei dos cossenos foi priorizado devido à sua maior quantidade de casos diferentes a se considerar, sendo seguido pela lei dos senos, que têm um menor número de situações onde pode ser aplicada.

A construção ocorreu em ciclos paralelos à escrita do restante do trabalho: Uma versão inicial dos *scripts*, com uma aplicação mais direta das fórmulas sem tanta preocupação com a interação do usuário; seguida de melhorias na usabilidade e testes, isto é, gerenciamento de erros e uma estrutura mais interativa para o usuário.

Depois de concluída a primeira etapa de criação dos *scripts*, iniciou-se o desenvolvimento da plataforma no *Google Sites*. Primeiro, incorporando os *scripts* com uso de *embed code* do *Trinket* via código HTML. A escrita dos textos do site veio em seguida, nesta etapa os textos do referencial teórico foram adaptados para se adequar melhor ao produto educacional e ao seu público-alvo e por fim, a fase de testes em diferentes dispositivos e diferentes navegadores.

Esse processo de construção gerou dois artefatos complementares: os códigos funcionais para a automação de cálculos matemáticos e a plataforma digital de integração. Na seção seguinte, examinaremos tanto sua funcionalidade técnica quanto seu potencial como ferramenta pedagógica.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A execução desta pesquisa concretizou-se em três eixos complementares:

I. A pesquisa bibliográfica que fundamentou teoricamente a integração entre pensamento pomputacional, ensino de matemática e linguagem *Python*, com base em autores como Papert (1985), Wing (2006) e Ribeiro et al. (2019);
II. O desenvolvimento técnico de *scripts* em *Python* para aplicação da lei dos senos e lei dos cossenos;
III. A criação de uma plataforma pedagógica interativa hospedada no *Google Sites*[4].

A jornada de construção, marcada por ciclos de depuração e refinamento, concretizou as competências do PC, particularmente no que tange à abstração de padrões matemáticos e à sistematização de procedimentos. É relevante destacar que a automação sugerida não requer que os alunos tenham conhecimento avançado em programação: os *scripts* funcionam como instrumentos que otimizam o tempo dedicado a cálculos mecânicos, permitindo que o estudante possa focar na interpretação qualitativa e aplicação contextualizada das leis trigonométricas. Todavia, é importante ressaltar que o uso dessas ferramentas pressupõe a compreensão conceitual prévia – os cálculos manuais continuam sendo fundamentais para a assimilação dos princípios matemáticos, enquanto os *scripts* desempenham um papel complementar: permitem a exploração de cenários complexos e diversos após a aquisição do conhecimento, expandindo, dessa forma, as oportunidades de investigação em um ambiente interativo.

Sob a perspectiva pedagógica, a configuração modular dos *scripts* possibilita que os alunos ajustem variáveis (lados e ângulos) e acompanhem, em tempo real, as relações trigonométricas. Isso converte conceitos abstratos em vivências interativas que concretizam os fundamentos do Construcionismo (Papert, 1985).

A escolha do ambiente *Trinket* foi estratégica: sua interface amigável e a ausência de necessidade de instalação local facilitam o acesso, possibilitando que os docentes ajustem os recursos mesmo em situações com infraestrutura tecnológica limitada (Menezes, 2021). Além disso, é evidente que a plataforma criada atende diretamente à competência da BNCC, que estabelece a utilização de "relações métricas para resolver problemas em contextos diversos" (Brasil, 2018, p.

4 Link da página inicial do projeto: https://sites.google.com/view/trigonometria-py

536), ao incorporar tecnologia digital na solução prática de desafios geométricos.

A implementação da lei dos cossenos e lei dos senos exemplifica o processo de abstração envolvido na tradução de conceitos matemáticos em algoritmos operacionais. Com base na fórmula, foi criado um código estruturado, o algoritmo se desenvolveu com algumas camadas: primeiramente lidando com entradas inválidas (valores não numéricos) e, em seguida, adicionando algumas verificações, como a identificação de triângulos inviáveis quando um lado é maior que a soma dos outros ou quando a soma dos ângulos ultrapassa 180°.

A interface final combina elementos da experiência do usuário com instruções intuitivas que orientam a definição dos parâmetros (lados e ângulos) e apresentam resultados formatados com precisão decimal de duas casas decimais. Além disso, na página de cada calculadora existem problemas para que o usuário possa testar seus conhecimentos.

Os resultados apresentados demonstram que a combinação do ensino de trigonometria com linguagem de programação *Python*, concretizada nos *scripts* e na plataforma desenvolvida, confirma a viabilidade técnica de soluções acessíveis e de baixo custo. É a partir dessas observações que se fundamenta a argumentação final exposta na próxima sessão.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo alcançou seu objetivo ao criar *scripts* em *Python* para o ensino de trigonometria no ensino médio, concentrando-se na lei dos senos e na lei dos cossenos, integrando rigor matemático, pensamento computacional e inovação pedagógica. Como uma proposta concreta para renovar o ensino de conteúdos geralmente abstratos, o estudo mostra como a linguagem de programação – fundamentada no Construcionismo de Papert (1985) e nas diretrizes da BNCC (Brasil, 2018) – tem o potencial de converter fórmulas estáticas em vivências interativas, habilitando os alunos a se tornarem produtores de conhecimento digital.

A opção pelo *Python* e pela plataforma *Trinket* foi justificada não só pela sintaxe compreensível (Menezes, 2021), mas também pelo seu potencial de democratização: os recursos desenvolvidos não exigem uma infraestrutura complexa, proporcionando um modelo já pronto para ser implementado em diferentes contextos escolares. Os *scripts* criados e hospedados no *Google Sites* demonstram habilidades fundamentais do PC, como a decomposição de problemas e automação (ISTE/CSTA, 2011). Isso estabelece uma conexão entre a teoria matemática e a resolução prática de problemas.

Além do efeito direto nos alunos, a plataforma criada mostra a capacidade de auxiliar na formação continuada de professores de matemática, fornecendo um recurso pedagógico que pode ser integrado às práticas de ensino. Futuros professores em formação inicial também se beneficiam ao utilizar tecnologias educacionais que seguem o Construcionismo de Papert, o qual destaca a aprendizagem ativa por meio da construção de conhecimento.

Apesar de esta fase ter se concentrado no desenvolvimento técnico e na fundamentação pedagógica, seu verdadeiro efeito estará na implementação em contextos educacionais reais. Recomenda-se que estudos futuros avaliem a eficácia desses recursos em ambiente escolar, examinando: de que maneira a interação com os *scripts* afeta a compreensão conceitual da trigonometria e como incorporar a ferramenta em sequências didáticas que envolvam outros conteúdos.

É importante ressaltar que a falta de validação empírica imediata não diminui o valor acadêmico da proposta. Ao invés disso, a plataforma se apresenta como um protótipo pedagógico passível de aprimoramentos – um convite para que professores e pesquisadores experimentem novas maneiras de ensinar matemática por meio da programação. A ampliação de sua aplicabilidade pode ser alcançada expandindo-se para outros eixos curriculares, como geometria analítica ou aritmética.

Em resumo, este estudo oferece mais do que ferramentas tecnológicas: propõe uma abordagem prática para adaptar o ensino de matemática às necessidades da era digital. Ao converter conceitos trigonométricos em algoritmos executáveis, os *scripts* tanto implementam a BNCC quanto preparam os alunos para um mundo em que a resolução criativa de problemas está intrinsecamente ligada ao pensamento computacional. Que esta proposta inspire futuras pesquisas e que as salas de aula brasileiras possam, em breve, se beneficiar delas.

REFERÊNCIAS

BARR, V.; STEPHENSON, C. Bringing computational thinking to K-12: what is Involved and what is the role of the computer science education community? **ACM Inroads**, New York, n. 1, v. 2. p. 48–54, mar. 2011. Disponível em: https://doi.org/10.1145/1929887.1929905. Acesso em: 15 ago. 2025.

BESSA, K. F. DE. **Pensamento Computacional e Matemática:** uma abordagem com o Scratch. 2020. 150 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2020. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/202563. Acesso em: 15 ago. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

CARNEIRO, S. DOS S. **Uso da linguagem de programação Python na formação de professor para o ensino de matemática**. 2022. Disponível em: https://ri.uea.edu.br/handle/riuea/616. Acesso em: 20 jul. 2025.

CORRÊA JÚNIOR, V. J.; RAABE, A. L. A. O pensamento computacional na formação do licenciando em pedagogia. **Revista Contrapontos**, v. 20, n. 1, p. 226–250, 7 mar. 2021. Disponível em: https://doi.org/10.14210/contrapontos.v20n1.p226-250. Acesso em: 1 nov. 2023.

COSTA, N. M. L. DA. A História da Trigonometria. Educação Matemática em Revista - **Revista da SBEM** - Ano 10. São Paulo, p.60 - 69, 2003.

FRANCO, J. L. **Introdução à Programação com *Python***. São Paulo, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar**. São Paulo: Atual, 2013. v. 3 p. 311.

MARCONI, M. DE A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica.** 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017. p. 346.

MENEZES, N. N. C. **Introdução à programação com Python:** Algoritmos e lógica de programação para iniciantes. 3. ed. São Paulo: Novatec Editora, 2019. p. 328.

MORAIS, A. D. DE; BASSO, M. V. DE A.; FAGUNDES, L. DA C. Educação Matemática & Ciência da Computação na escola: aprender a programar fomenta a aprendizagem de matemática?*. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 23, n. 2, p. 455–473, abr. 2017.

NACARATO, A.; M. A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática no século XX. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 5., 2003, Rio Claro. **Anais do V SNHM**. Rio Claro: UNESP, 2003, p. 205-213.

NAVARRO, Eloisa Rosotti; SOUSA, Maria do Carmo de; ROLKOUSKI, Emerson. O movimento lógico-histórico do conceito de pensamento computacional . **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [S. l.], v. 8, n. Contínua, p. 1–21, 2024. DOI: 10.14393/OBv8.e2024-32. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/72608. Acesso em: 5 set. 2025.

NÚCLEO DOCENTE ESTRUTURANTE (NDE). Projeto do Curso de Licenciatura em Matemática. Barreiras, 2017.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **História e Licença**. Disponível em: <https://docs.python.org/pt-br/3/license.html>. Acesso em: 13 jun. 2025.

SANTOS, B. M. M. DA S. DOS; SANTOS, M. DO S. A. DOS; SILVA, N. C. M. DA. Construcionismo e inovação pedagógica. **IMERSÃO - Revista Científica do Sertão Baiano**, v. 1, n. 1, p. 58–66, 2020. Disponível em: https://www.fcgba.com.br/revista/index.php/1/issue/view/1. Acesso em: 7 nov 2023.

RIBEIRO, Leila; CASTRO, Alberto; FRÖHLICH, Antônio Augusto; FERREIRA, Carlos Eduardo; FERRAZ, Carlos Andre Guimarães; SEREY, Dalton; CORDEIRO, Daniel de Angelis; AIRES, José; BIGOLIN, Nara; CAVALHEIRO, Simone. Diretrizes da Sociedade Brasileira de Computação para o ensino de Computação na Educação Básica. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2019. Disponível em: https://books-sol.sbc.org.br/index.php/sbc/catalog/view/60. Acesso em: 2 ago. 2025.

SILVA, F. M. DA.; MENEGHETTI, R. C. G. Pensamento computacional e a relação com a base nacional comum curricular. 2019, **Anais**. Bauru: UNESP - Faculdade de Ciências, 2019. Disponível em: https://repositorio.usp.br/directbitstream/106553dc-d192-4a6a-aaf6-94f920fbe44b/2989340.pdf. Acesso em: 30 out. 2024.

SOUZA, P. H. G. DE. **Pensamento computacional, Scratch e Matemática: possíveis relações.** 2021. 162 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2021. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/215173. Acesso em: 31 out 2024.

SOUZA, T. T. DE. **Uma breve introdução à linguagem Python para professores de matemática**. 2020. 33 f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Curso de Matemática, Fortaleza, 2020. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/68976. Acesso em: 31 out 2024.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento da teoria fundamentada**. Tradução: Luciane de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

WING, Jeannette. **Pensamento computacional** – Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. Curitiba, 2016. v.9, n.2. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711. Acesso em: 31 out. 2024.