Integrando geometria analítica com o mosaico matemático: uma abordagem interdisciplinar.

Integrating Analytical Geometry with Mathematical Mosaic: An Interdisciplinary Approach.

CLEBIANO DOS SANTOS CRUZ
ERNANDO CAMPOS FERREIRA

RESUMO.

Este trabalho apresentou o mosaico matemático como ferramenta pedagógica para explorar a matemática do cotidiano dos discentes, proporcionando uma reflexão da sua realidade. O projeto foi desenvolvido ao longo de uma unidade, onde os alunos foram guiados para ampliar a compreensão e aplicação dos conceitos de geometria analítica, como distância entre dois pontos, equação de uma reta e área de um triângulo no plano cartesiano. Essa abordagem prática e visual teve como resultado uma aprendizagem significativa, desenvolvendo habilidades de abstração, raciocínio lógico e pensamento crítico ao explorar a interdisciplinaridade entre artes visuais, geometria e álgebra.

Palavras-chave: *geometria analítica; interdisciplinaridade; mosaico matemático; ensino da matemática.*

ABSTRACT

This work presented mathematical mosaics as a pedagogical tool, with the aim of exploring the mathematics in students' everyday lives, encouraging them to reflect on their reality. The project was developed throughout a unit, where students were guided to deepen their understanding and application of analytical geometry concepts, such as the distance between two points, the equation of a line, and the area of a triangle in the Cartesian plane. This practical and visual approach resulted in meaningful learning, developing skills in abstraction, logical reasoning, and critical thinking by exploring the interdisciplinarity between visual arts, geometry, and algebra.

Keywords: *analytic geometry; interdisciplinarity; mathematical mosaic; mathematics teaching.*

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia - clebianocruz@hotmail.com

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia - ernando.ferreira@ufpe.br

INTRODUÇÃO

As experiências do cotidiano escolar permitem identificar as dificuldades dos alunos em relacionar os conceitos matemáticos abordados em sala de aula com aqueles vivenciados extraclasse. Esta é uma realidade encontrada frequentemente nas unidades de ensino, especialmente quando ele se concentra excessivamente na memorização de fórmulas e na repetição de procedimentos padronizados, sem promover uma reflexão consistente dos princípios. Esse tipo de aprendizado superficial limita o desenvolvimento de um pensamento matemático crítico e reflexivo.

Conforme aponta D'Ambrosio (2008), o ensino dos conhecimentos matemáticos subdivididos contribui para uma visão negativa dos alunos relacionada à disciplina, reforçando o argumento do senso comum de que a matemática é uma área de difícil aprendizagem. A ausência de contextualização e aplicação prática dos conceitos matemáticos no cotidiano dos estudantes também promove a falta de motivação e interesse pela disciplina.

Sendo assim, o ensino da geometria é fundamental para o desenvolvimento do pensamento lógico, abrange a compreensão e a aplicação de conceitos relacionados a formas, tamanhos, posições e propriedades dos objetos no espaço. Além disso, propicia a visualização de figuras geométricas e retas, proporcionando a elaboração de conjecturas. Segundo Goldenberg (1998a), uma abordagem que enfatize o desenvolvimento de hábitos de pensamento pode ser utilizada nos diversos níveis de ensino, da Educação Básica ao Ensino Superior.

O desenvolvimento contínuo da Geometria Analítica, ao longo dos séculos, resultou numa disciplina multifacetada com aplicações em diversas áreas do conhecimento e cada vez mais fragmentada em campos especializados. Esse modelo se caracteriza por abstrações isoladas de tópicos e fórmulas, sem estabelecer relações significativas entre eles. Isso resulta em uma visão superficial e desarticulada dos saberes, prejudicando o desenvolvimento cognitivo e matemático dos estudantes.

Para superar o fracionamento desta área tão significativa da matemática, é fundamental adotar uma abordagem mais integrada e contextualizada, que valorize a compreensão profunda dos conceitos e promova a interação com outras áreas como Física e Engenharia. Conforme enfatiza Nacarato e Mengali (2011), é necessário proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem significativas, que os estimulem a explorar, investigar e aplicar os conceitos matemáticos em contextos reais.

Nesta perspectiva, unindo diferentes disciplinas, os alunos são instigados a explorar conexões entre conceitos aparentemente distintos, enriquecendo sua compreensão e promovendo uma aprendizagem mais significativa. Assim, a Geometria Analítica, ramo da matemática que combina geometria e álgebra, pode ser trabalhado nessa perspectiva, especialmente com a utilização do mosaico matemático.

Devido às suas características, o estudo da geometria possibilita o desenvolvimento de pensamentos mais elaborados, conforme define Boulos e Camargo (1987, p. 13 apud RICHT, 2005, p.41) como:

> [...] o estudo da Geometria pelo método cartesiano (René Descartes, 1596-1650), que em última análise consiste em associar equações aos entes geométricos, e através do estudo dessas equações (com o auxílio da Álgebra, portanto), tirar conclusões a respeito daqueles entes geométricos (Boulos; Camargo, 1987, p.13 apud Richt, 2005, p.41).

Essa abordagem, ao associar equações aos objetos geométricos, abriu espaço para o uso da Álgebra como ferramenta de análise de figuras e formas. Dessa maneira, questões antes tratadas apenas geometricamente passaram a ser resolvidas algebricamente, promovendo uma integração profunda entre essas duas áreas do conhecimento.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um dos fundamentos da Educação Matemática é estimular a reflexão sobre os princípios e propriedades que envolvem os saberes matemáticos. A geometria analítica não está limitada a fracionar os seus conhecimentos ou a uma utilização simplificada em outra área, Munhoz (1999 apud RICHT, 2005) destaca que a geometria analítica estabelece um diálogo entre a geometria e álgebra. Sendo assim, problemas propostos em geometria analítica podem ser interpretados geométrica e algebricamente.

Nesse aspecto, é relevante compreender o processo de formação do conhecimento de geometria analítica, os meios pelos quais os discentes conseguem entender os princípios, propriedades fundamentais, desenvolver as habilidades de abstração e generalização. Conforme Murari (2012, p. 216):

> A Geometria, parte integrante do saber matemático, exige linguagem e procedimentos apropriados para que suas relações conceituais e sua especificidade quanto às representações simbólicas sejam entendidas. Por isso, a preocupação dos educadores matemáticos com sua prática pedagógica não é recente. Ela é um ramo da Matemática que possui um campo muito fecundo, e a maneira como for estudada irá refletir no desenvolvimento intelectual, no raciocínio lógico e na capacidade de abstração e generalização do aluno (Murari, 2012, p.216).

Para Goldenberg (1998a, p. 31) os "modos de pensar que adquirimos tão bem, tornamos tão naturais e incorporamos tão completamente em nosso repertório que se transformam, por assim dizer, em hábitos mentais". Essa abordagem promove um estudo unificado das diversas áreas da Matemática, relacionando os raciocínios algébrico, geométrico e analítico, desenvolvendo o próprio pensamento. Portanto, o ensino da matemática precisa fornecer embasamentos que proporcione a ampliação dos conhecimentos, visando uma construção significativa da realidade.

Um instrumento importante nesse processo de ensino e aprendizagem é a interdisciplinaridade que tem se destacado como uma abordagem essencial no processo educacional, especialmente no contexto do ensino de matemática. Segundo Fazenda (2011), essa abordagem enfatiza a integração de diferentes áreas do conhecimento, ampliando a compreensão e a aplicação dos conceitos matemáticos em contextos diversos. Dessa maneira, a matemática estabelece uma relação intrínseca com a arte, destacando-se particularmente na arte visual e na música. Na arte visual, a geometria desempenha um papel central na criação de padrões, formas e composições esteticamente agradáveis (Fazenda, 2011). Artistas e designers se utilizam de princípios matemáticos, como a proporção áurea, a simetria e a perspectiva, para conceber obras de arte visualmente harmoniosas. Da mesma forma, na música, a matemática está presente na teoria musical, onde conceitos como ritmo, harmonia e intervalos são fundamentados em princípios matemáticos.

Segundo Lorenzato (2010), a matemática encontra-se presente em todos os campos de conhecimento, sendo necessária em qualquer atividade humana. Na escola, exemplos de aplicações incluem o uso da geometria para compreender o design arquitetônico e a utilização de estatísticas para analisar dados em pesquisas de opinião ou ciências sociais. Para o autor, o ensino da matemática mediante aplicações torna a aprendizagem mais interessante, realista e significativa, contribuindo assim na execução da cidadania dos alunos. Ainda, de acordo com Lorenzato (2010), as aplicações na matemática são muito abrangentes, porém não é fácil encontrar aplicações para todos os conteúdos. Além disso, não se deve ensinar apenas os conteúdos que possuem aplicações, pois estas devem servir como ferramenta de ensino.

Goldenberg (1998a) destaca que a forma como os conteúdos matemáticos são escolhidos e estruturados influenciam na construção de uma história da Matemática, pois “a matemática não são os conteúdos, mas o raciocínio que descobre, reúne e dá sentido a esses conteúdos; a matemática é (em parte) um modo de pensar, um conjunto de hábitos de pensamento" (Goldenberg, 1998a, p.37).

É compreensível que o combate ao ensino fragmentado da matemática requer uma mudança de paradigma, onde os professores assumem o papel de mediadores do conhecimento, promovendo uma aprendizagem ativa e participativa por parte dos alunos (Boaventura, 2017). Somente por meio de uma abordagem integrada e contextualizada, é possível construir uma base sólida de conhecimento matemático e preparar os alunos para desenvolver o pensamento crítico, abstrato e transformador.

Além disso, tal prática enriquece o processo educacional ao promover conexões entre saberes, permitindo uma visão ampla dos conteúdos e suas aplicações. “A real interdisciplinaridade é antes uma questão de atitude, supõe uma postura única diante dos fatos a serem analisados, mas não significa que pretenda impor-se, desprezando suas particularidades” (Fazenda, 2011, p. 59). No ensino da matemática, essa abordagem torna-se especialmente relevante, pois permite aos alunos compreender sua aplicação em contextos do mundo real e em outras disciplinas.

Essa interação entre matemática e outras disciplinas enriquece a experiência de aprendizagem dos alunos, como também os prepara para enfrentar desafios do mundo contemporâneo, onde a capacidade de integrar diferentes formas de conhecimento e solucionar problemas complexos é fundamental. Neste contexto, a interdisciplinaridade emerge como uma ferramenta para tornar o ensino da matemática mais significativo, relevante e engajador.

Posto isto, o ensino da matemática na Educação Básica em sua grande maioria é realizado descontextualizado, não fornece as condições adequadas para compreender os conceitos e propriedades envolvidas no processo de ampliação do conhecimento. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é demonstrar o mosaico matemático como ferramenta pedagógica importante para auxiliar no processo de enfrentamento da fragmentação dos conteúdos de Geometria Analítica na educação básica por meio de uma abordagem interdisciplinar.

Dessa maneira, a construção do desenvolvimento do mosaico matemático, incorporando os conceitos de distância entre dois pontos, equação de uma reta e área de um triângulo no plano cartesiano em uma abordagem interdisciplinar é fundamental para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Segundo Nacarato e Mengali (2011), essa abordagem promove uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos matemáticos, ao integrá-los a diferentes áreas do conhecimento, como artes visuais, geometria e álgebra.

Esta abordagem facilita a compreensão dos conhecimentos matemáticos, promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como pensamento crítico, resolução de problemas e criatividade. Além disso, ao adotar uma perspectiva holística, os alunos são incentivados a enxergar a matemática como uma disciplina integrada ao mundo no qual está inserido, tornando o aprendizado mais significativo aplicável à vida cotidiana.

2. METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa sobre a utilização do projeto mosaico matemático no desenvolvimento do conhecimento de geometria analítica é de natureza qualitativa. Tal pesquisa foi desenvolvida numa unidade escolar pertencente ao Núcleo de Tecnologia Educacional - NTE 22 do Estado da Bahia, no ano de 2024, no 3º Ano do ensino médio, com a participação de 33 alunos.

Os alunos foram guiados através do processo de construção do mosaico matemático que se deu em torno de vinte horas aulas, podendo variar conforme a complexidade do projeto e as necessidades da turma. Durante esse período, trabalharam em equipe para aplicar os conhecimentos matemáticos aprendidos. No primeiro momento, realizou-se uma avaliação diagnóstica (APÊNDICE A), através desta foi possível identificar as dificuldades básicas dos alunos, tornando viável reestruturar a abordagem e metodologia de ensino, para "preencher as lacunas" e consolidar as bases necessárias para o avanço na aprendizagem.

Ao constatar que a maioria dos alunos enfrentava dificuldades na representação dos pontos no plano cartesiano e interpretação gráfica, tornou-se imprescindível uma intervenção focada na explicação do sistema de coordenadas cartesianas. Nesse momento, foram abordados temas como a representação de uma reta no plano cartesiano e a formação de triângulos por meio de três pontos não colineares. Durante a construção do mosaico, os alunos receberam orientações constantes e suporte individualizado, incentivando a colaboração entre os membros da equipe, permitindo a troca de ideias, o apoio mútuo e a construção coletiva de conhecimento, potencializando a superação das dificuldades e o avanço no aprendizado de todos os envolvidos, aspectos fundamentais para superar a ausência de conhecimentos básicos indispensáveis ao desenvolvimento do projeto.

No decorrer da construção do projeto, atividades de revisão e reforço dos conceitos foram integradas conforme a necessidade de cada grupo, garantindo que os alunos se sentissem preparados para os desafios da construção do mosaico. Esse acompanhamento contínuo visou auxiliar os estudantes a consolidar o aprendizado de forma mais abrangente, proporcionando uma experiência prática e colaborativa no uso da matemática.

Na apresentação do projeto destacamos os objetivos a serem alcançados, os conceitos abordados e os resultados esperados ao final da construção. Esta etapa inicial foi fundamental para engajar os alunos e incentivá-los a participar ativamente do processo de aprendizagem. Logo após, os alunos foram levados para medir as áreas nas paredes da escola, onde foi construído o mosaico matemático. Em seguida, foi solicitado que realizassem um esboço no papel utilizando o sistema de coordenadas cartesianas, estabelecendo pontos que delimitam a área do retângulo, na qual foi dividida em triângulos. As unidades de medidas utilizadas, bem como a escala, ficaram a critério de cada grupo.

Concluída a etapa anterior, as atividades foram realizadas de maneira progressiva. Inicialmente, os alunos foram orientados a calcular as distâncias entre dois pontos. Com base no entendimento demonstrado, avançaram para o cálculo das áreas dos triângulos construídos. Em seguida, trabalharam com as equações das retas, primeiramente na forma geral e, posteriormente, na forma reduzida. Este momento foi muito complexo devido às dificuldades que a maioria dos alunos tinha em desenvolver os cálculos referentes aos saberes mencionados. Diante disso, houve a necessidade de revisar os conceitos e propriedades indispensáveis para sanar as deficiências referentes às equações na forma geral : $ax + by + c = 0$, e reduzida: $y = mx + n$, onde m é o coeficiente angular (inclinação) e n é o ponto de interseção com o eixo y.

Com isso, a maneira que desenvolviam a construção do esboço no papel, foram feitas as devidas correções dos cálculos. Ao identificar algum erro, o grupo era chamado e o conteúdo em dificuldade revisado novamente, permitindo que as aprendizagens fossem desenvolvidas e ampliadas ao se trabalhar diretamente com as adversidades apresentadas. Nesse processo de criação, o professor de Artes participou orientando-os a decidirem quais formas geométricas iriam usar e em que proporção. Além disso, destacou a importância da simetria no planejamento das composições, mostrando como o equilíbrio entre os elementos poderia gerar uma harmonia visual. Ao organizar as formas de maneira simétrica ou assimétrica, os alunos foram capazes de criar padrões visuais atrativos, explorando o conceito de simetria como um recurso estético fundamental na arte.

Essa abordagem de ensino da Geometria Analítica proporciona uma integração teórica e prática para o desenvolvimento dos saberes. Os alunos aprendem a calcular a distância entre dois pontos no sistema de coordenadas cartesiano, exploram conceitos algébricos, como a aplicação da fórmula de distância e suas propriedades. Essa integração entre geometria e álgebra permite aos alunos representar algebricamente o conceito de distância, extrapolando manipulação de números e coordenadas.

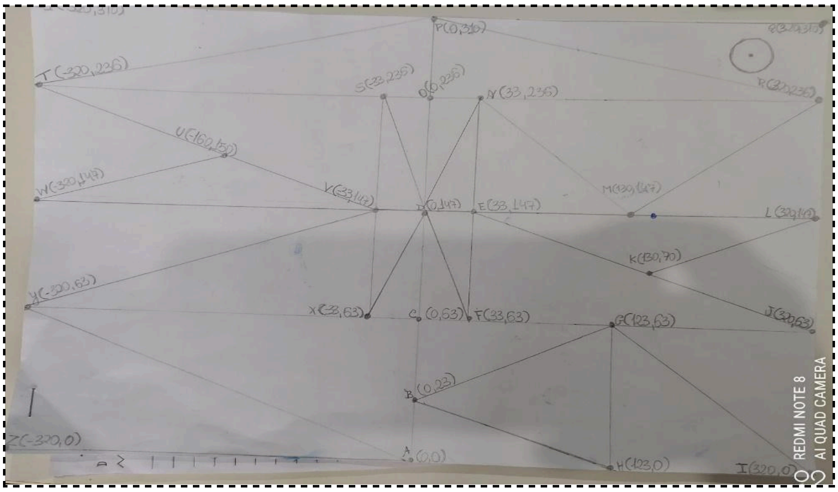
Da mesma forma, ao abordar a equação de uma reta, os alunos adquirem fundamentos para determiná-la a partir de dois pontos ou de uma inclinação, compreendendo os fundamentos algébricos por trás desses cálculos. Eles exploram conceitos como coeficientes angular e linear, além de entenderem a relação entre a equação de uma reta e sua representação gráfica no plano cartesiano.

Além disso, ao investigar a área de um triângulo no plano cartesiano, os alunos aplicam conceitos de geometria e álgebra para determinar a área delimitada por três pontos não colineares no plano. Eles calculam a área e exploram as relações entre os pontos e as coordenadas, enriquecendo sua compreensão do conceito de área e sua representação algébrica. Os saberes necessários para elaboração do mosaico foram introduzidos aos alunos por meio de atividades, discussões dos conceitos em sala utilizando métodos de ensino, como por exemplo, exposições teóricas, resolução de problemas, atividades práticas, criando assim ferramentas para os alunos compreenderem os conceitos abordados.

Portanto, ao trabalhar os conhecimentos abordados no projeto mosaico matemático em sala de aula antes de sua aplicação prática, os alunos têm uma base sólida e compreensão dos tópicos que serão aplicados na construção, o que os prepara para enfrentar os desafios do projeto de forma mais eficaz e criativa.

Deste modo, a utilização do mosaico matemático como instrumento de ensino dos conteúdos de Geometria Analítica (figuras: 1, 2, 3, 4 e 5) proporciona uma abordagem interdisciplinar para o desenvolvimento dos conhecimentos de distância entre dois pontos, equação de uma reta e área de um triângulo no plano cartesiano permitindo ao aluno representar algebricamente o mosaico construído. Após o fim do processo de familiarização do tema, os alunos iniciaram a representação por meio de pinturas em painéis nas paredes da escola, construídos conforme a proposta formulada durante as aulas.

Figura 1. Construção do Mosaico Matemático.

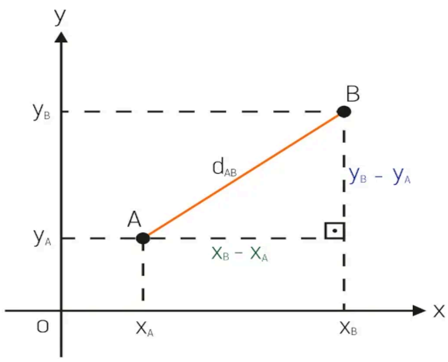


Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 2. Mostra o Mosaico Matemático pintado na parede da escola.

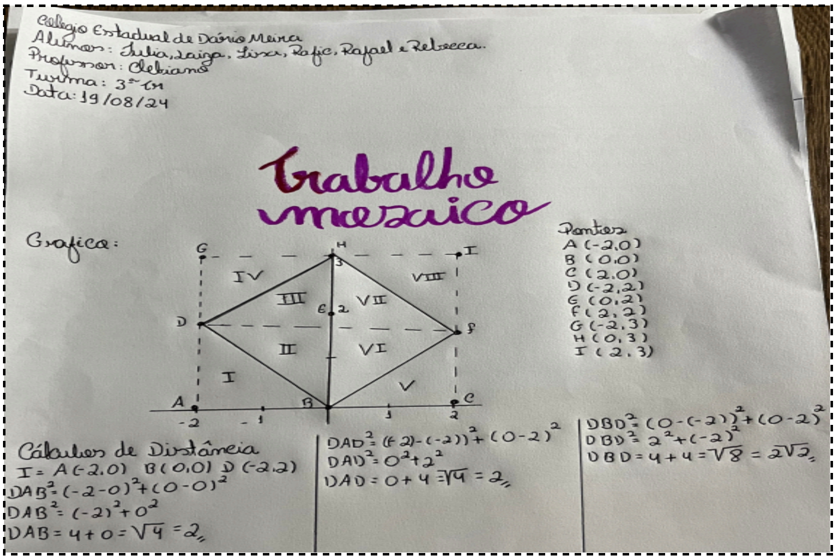
Fonte: Produzido pelo autor.

O cálculo da distância entre dois pontos A $(XA,\ YA)\ e\ B(XB,\ YB)\ no\ plano\ cartesiano$ é $dado\ pela\ fórmula$:



A demonstração desta fórmula baseia-se na aplicação do Teorema de Pitágoras. Considera-se que a distância entre os pontos A e B forma a hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos são dados pelas diferenças entre as coordenadas x e y dos pontos. Assim, a soma dos quadrados dos catetos resulta no quadrado da hipotenusa, que é a distância (dab) entre os pontos. $d(A, B)\ = \sqrt{(XB\ -\ XA)\ +\ (YB\ -\ YA)^2}$

Figura 3. Cálculo da distância entre dois pontos.



Fonte: Produzido pelo autor.

Foi explicado que, do ponto de vista da geometria analítica, a área de um triângulo no plano cartesiano pode ser determinada utilizando três pontos quaisquer, não colineares, $A(X_A, Y_A)$, $B\ (X_B, Y_B)$ e $C\ (X_C, Y_C)$. Como esses pontos não são colineares, ou seja, não estão numa mesma reta, eles determinam um triângulo. A área desse triângulo será dada por:

$$(A = 1/2.|D|)$$

Onde,

$$D = \begin{vmatrix} X_A & Y_A & 1 \\ X_B & Y_B & 1 \\ X_C & Y_C & 1 \end{vmatrix}$$

E das equações das retas: três pontos estão alinhados quando o determinante da matriz associada a esses pontos é igual a zero. Assim, devemos calcular o determinante da seguinte matriz:

$$D = \begin{vmatrix} X_A & Y_A & 1 \\ X_B & Y_B & 1 \\ X_C & Y_C & 1 \end{vmatrix}$$

Desenvolvendo o determinante, encontramos a seguinte equação:

$(y_A - y_B)\, x + (x_B - x_A)\, y + x_A y_B - x_B y_A = 0$

Vamos chamar:

$a = (y_A - y_B)$
$b = (x_B - x_A)$
$c = x_A y_B - x_B y_A$

A equação geral da reta é definida como:

$ax + by + c = 0$

Onde **a**, **b** e **c** são constantes e **a** e **b** não podem ser simultaneamente nulos.

A etapa final, que consiste na representação por meio de pinturas em painéis (Figura 4), proporciona uma oportunidade para exercerem a criatividade ao alinhar os conceitos adquiridos com a parte artística, consolidando os conceitos matemáticos aprendidos de maneira visual e concreto. Ademais, foram convidados a fazer uma avaliação da metodologia utilizada para elaboração do mosaico e como esta influenciou na aprendizagem dos conteúdos estudados.

Figura 4. Mostra pintura do Mosaico Matemático na parede da escola..

Fonte: Produzido pelo autor.

Figura 5. Mostra o Mosaico Matemático pintado na parede da escola.

Fonte: Produzido pelo autor juntamente com os alunos.

Alguns depoimentos dos participantes do projeto mosaico matemático destaca a mudança da percepção inicial em relação ao processo de aprendizagem:

Aluno A: "Para mim, a ideia de construir um mosaico parecia mais um exercício de arte do que uma aula de matemática. Com o início do trabalho, entendi que a construção de mosaicos é uma forma prática de aplicar a teoria que era trabalhada de forma isolada. A tarefa começou com a escolha dos pontos no plano cartesiano para determinar os vértices do triângulo, depois calculamos a distância entre pontos e suas áreas. O exercício constante ajudou a entender os conteúdos, o que facilitou a resolução de problemas."

Aluno B: "Quando o professor Clebiano dos Santos Cruz apresentou o projeto, fiquei com medo e insegura, achando que não conseguiria realizar, nunca tinha feito um mosaico antes e não sabia muito bem por onde começar. No entanto, com o começo do trabalho percebi que em vez de apenas resolver equações e desenhar gráficos era possível construir o mosaico matemático usando os conteúdos de geometria analítica que estávamos estudando."

Aluno C: "Após sabermos qual área seria usada, começamos a planejar o mosaico, estabelecer os pontos que formariam os triângulos e depois desenhar um esboço do nosso *mosaico. Apesar de trabalhoso, com ajuda dos meus colegas, começamos a escrever as equações das retas que formavam cada triângulo. Depois, começamos a escrever as equações matemáticas que representavam o esboço, foi a parte mais difícil, para cada lado era necessário calcular a equação da reta, a distância entre os pontos e a área do triângulo usando conceitos aprendidos em sala de aula. No final, depois da pintura de todos os mosaicos nas paredes da escola ficou muito bonito e as pessoas que passavam parabenizaram a gente pelo trabalho."*

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A pesquisa implementada utilizou o mosaico matemático como uma ferramenta pedagógica com o objetivo de auxiliar no ensino de Geometria Analítica, proporcionando aos alunos uma experiência prática e interdisciplinar. A abordagem não apenas visou a compreensão teórica dos conceitos matemáticos, mas também a aplicação concreta desses conceitos em um contexto real, facilitando a compreensão dos alunos. Ao usar o mosaico matemático no ensino de Geometria Analítica possibilitou uma abordagem crítica e participativa que proporciona o desenvolvimento dos saberes matemáticos.

Esta integração entre geometria e álgebra permitiu que os alunos construíssem sua própria representação algébrica, baseado nas coordenadas indicadas no sistema cartesiano para construção do mosaico. Desta maneira, os alunos foram envolvidos ativamente no processo de aprendizagem ao medir os painéis nas paredes da escola e inserir o sistema de coordenadas cartesianas. A divisão da área em triângulos permitiu a aplicação prática dos cálculos de distâncias entre pontos, áreas de triângulos e equações de retas.

A interdisciplinaridade desempenhou um papel crucial neste projeto. Ao unir arte e matemática, os alunos passaram a enxergar a matemática não como uma matéria isolada, mas como parte de um contexto mais amplo e criativo. A construção dos mosaicos e a pintura dos painéis nas paredes da escola tornaram o processo de aprendizado mais envolvente proporcionando aos alunos um sentimento de realização e orgulho pelo resultado do trabalho.

Os depoimentos dos alunos destacam a mudança de suas percepções sobre a matemática e a aprendizagem, demonstrando que a abordagem foi importante para tornar os conceitos teóricos mais acessíveis e compreensíveis. A integração da arte com a matemática tornou a aprendizagem mais abrangente.

A abordagem crítica e participativa promovida pelo uso do mosaico matemático permitiu que os alunos desenvolvessem suas próprias representações algébricas baseadas nas coordenadas indicadas no sistema cartesiano. Além de desenvolver o pensamento crítico e a resolução de problemas, o projeto também possibilitou a exploração de diferentes tipos de triângulos, como o isósceles, o escaleno e o retângulo.

Nos casos em que as distâncias dos lados do triângulo eram todas iguais, foi possível identificar um triângulo equilátero. Quando dois lados tinham a mesma medida, os alunos visualizaram um triângulo isósceles, e, nos cenários em que todos os lados possuem medidas diferentes, tratava-se de um triângulo escaleno. Aliás, a construção de triângulos retângulos permitiu a aplicação prática do teorema de Pitágoras, facilitando a compreensão das relações entre os lados do triângulo e suas medidas no plano cartesiano.

Outro tópico relevante foi identificar um triângulo retângulo no mosaico, que possibilitou a utilização do Teorema de Pitágoras. Esse teorema estabelece que, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa (o lado oposto ao ângulo reto) é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados. Assim, a expressão :

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

foi utilizada para calcular o comprimento da hipotenusa e dos catetos com base nas coordenadas dos vértices, facilitando a resolução das figuras geométricas no mosaico.

A realização deste projeto evidencia a importância de metodologias de ensino que relacionem teoria e prática. Ao promover uma aprendizagem ativa e colaborativa, o mosaico matemático se mostrou uma ferramenta eficaz para o ensino de Geometria Analítica. Esta abordagem preparou os alunos para aplicarem seus conhecimentos de maneira crítica em contextos reais.

Ao desenvolver suas próprias representações algébricas e resolver problemas geométricos de forma prática, os alunos foram desafiados a pensar criticamente, o que fortaleceu sua capacidade de análise e solução de problemas, puderam explorar conceitos matemáticos de forma mais lúdica e visual. A boa aceitação e desenvolvimento do projeto foi demonstrado pela capacidade dos alunos de compreender e aplicar os conceitos de Geometria Analítica em uma situação prática, o que reforça a importância de metodologias ativas e integradoras no ensino.

CONCLUSÃO

A pesquisa desenvolvida destacou-se pela implementação do mosaico matemático como ferramenta pedagógica para o ensino da Geometria Analítica. Esta abordagem prática e interdisciplinar proporcionou aos discentes vivenciarem concretamente a aplicação dos conteúdos matemáticos lecionados em sala de aula, fazendo relação com situações problemas do cotidiano.

O projeto demonstrou que a integração entre geometria e álgebra, por meio da construção de mosaicos, promove uma aprendizagem coesa e significativa. Tal fato ficou evidente ao medir os painéis nas paredes da escola, inserir o sistema de coordenadas cartesianas e dividir a área em triângulos. Os alunos puderam consolidar o aprendizado de maneira concreta. Além disso, ao integrar arte e matemática, tornou o aprendizado mais interessante e prazeroso.

A experiência promovida possibilitou o desenvolvimento das relações sociais, levando-os a trabalharem em cooperação, ampliando o conhecimento por meio das parcerias construídas que permitiu a superação das dificuldades individuais apresentadas durante o processo de elaboração e execução dos trabalhos.

Os relatos dos alunos revelaram uma mudança positiva em suas percepções sobre a matemática e a aprendizagem. A abordagem crítica e participativa permitiu que desenvolvessem suas próprias representações algébricas, incentivando o pensamento crítico e a resolução de problemas. O resultado alcançado pelo projeto evidencia a importância de metodologias de ensino que relacionem teoria e prática, promovendo uma aprendizagem ativa e colaborativa. Como trabalho futuro, a introdução de equações de circunferência e elipse poderá ampliar ainda mais essa perspectiva, possibilitando a exploração de formas geométricas e suas aplicações práticas em áreas como arquitetura, física e design, enriquecendo a compreensão matemática e o interesse dos alunos.

Dessa forma, a utilização do mosaico matemático como instrumento metodológico de ensino promoveu uma aprendizagem criativa da Geometria Analítica, abordando de forma ativa e colaborativa. O trabalho em grupo incentivou a troca de ideias e a colaboração, permitindo que os alunos compartilhassem diferentes perspectivas e estratégias de resolução de problemas, envolveu o uso de coordenadas cartesianas, relações entre pontos e formas geométricas, como triângulos equiláteros, isósceles, escalenos, retângulos e simetria. Isso permitiu que os alunos aplicassem conceitos teóricos em um contexto prático, reforçando o vínculo entre teoria e prática.

Referências.

D'AMBRÓSIO, U. (2008). **Educação Matemática: Da Teoria à Prática.** Editora Papirus.

GOLDENBERG, E. P. (1998 a). "Hábitos de pensamento" um princípio organizador para o currículo (I). **Educação e Matemática**, 47, 31-35.

NACARATO, A. M., & MENGALI, B. L. (2011). **Experiências de Aprendizagem Significativas no Ensino de Matemática: Estímulo à Exploração, Investigação e Aplicação de Conceitos em Contextos Reais.** Revista Brasileira de Educação Matemática, 31(2), 215-228.

RICHIT, Adriana. (2005). **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática**. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2005.

MURARI, Claudemir (2012). Espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos e softwares educacionais no ensino e aprendizagem de Geometria. In: BICUDO, Maria Aparecida V.; BORBA, Marcelo C. **Educação Matemática**: Pesquisa em movimento. 4ª edição. São Paulo: Cortez.

FAZENDA, I. C. A. (2011). **Interdisciplinaridade:** História, Teoria e Pesquisa. Editora Vozes. p. 59.

Lorenzato, S. (2010). A Importância das Aplicações da Matemática no Ensino: Contribuições para uma Aprendizagem Significativa e Cidadã. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, 20(2), 119-132.

FAZENDA, I. C. A. (2011). **Interdisciplinaridade:** História, Teoria e Pesquisa. Editora Vozes. p. 59.

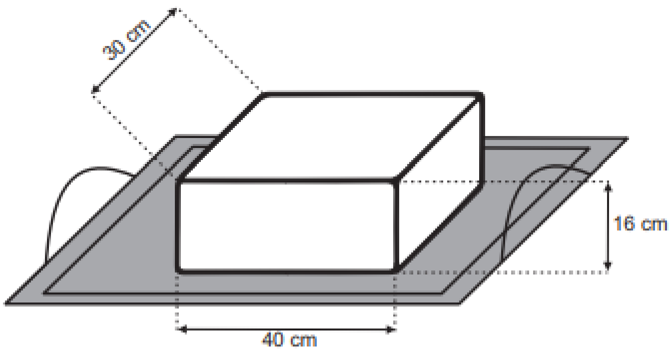
Boaventura, R. V. (2017). O Ensino Fragmentado da Matemática: Priorização da Memorização em Detrimento da Compreensão dos Conceitos Subjacentes. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, 37(2), 245-257.

NACARATO, A. M., & MENGALI, B. L. (2011). Experiências de Aprendizagem Significativas no Ensino de Matemática: Estímulo à Exploração, Investigação e Aplicação de Conceitos em Contextos Reais. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, 31(2), 215-228.

LIMA, E., & SOUZA, R. (2008). **Geometria Analítica**. São Paulo: Editora Matemática.

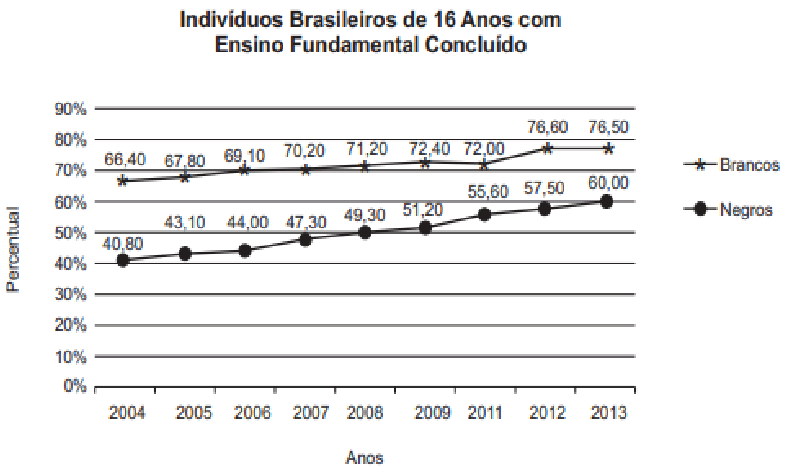
APÊNDICE A - Questões Retiradas da Avaliação Diagnóstica Bahia 2021 (Itens Avaliados).

1. (M120432H6_2) Marcela confeccionará um bolo cenográfico para uma cliente. Para começar seu trabalho, ela utilizará um bloco retangular de isopor e irá encapar suas faces, com exceção da que ficará em contato com a bandeja, com um material emborrachado branco. O desenho abaixo ilustra esse bloco com suas medidas indicadas.



Quantos centímetros quadrados desse material emborrachado, no mínimo, Marcela deverá comprar para encapar esse bloco?

2. (M120301H6_2) O gráfico abaixo apresenta os percentuais de indivíduos brasileiros, negros ou brancos, de 16 anos de idade, que concluíram o Ensino Fundamental no período de 2004 a 2013.

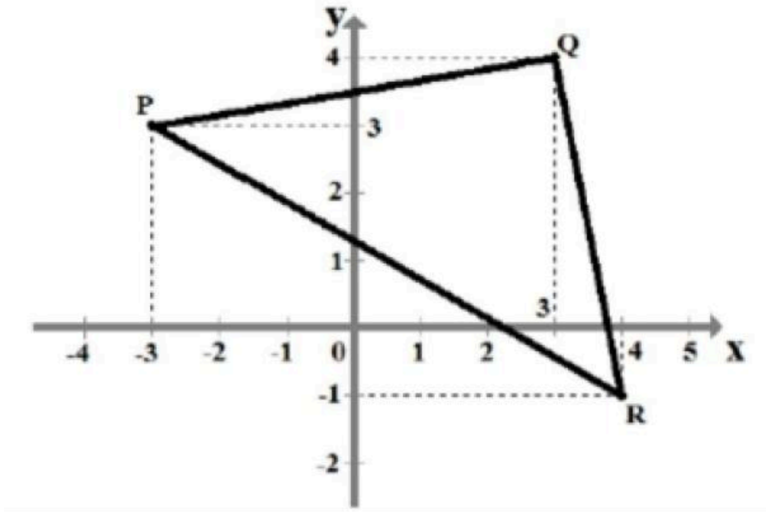


Disponível em: <http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/1362>. Acesso em: 13 fev. 2017. *Adaptado para fins didáticos.
*Dados do ano de 2010 não foram fornecidos pelo INEP.

De acordo com os dados desse gráfico, o ano que apresentou a menor diferença entre o percentual de indivíduos brasileiros brancos e de brasileiros negros, de 16 anos com o Ensino Fundamental concluído foi:

A) 2008 B) 2012 C) 2013 D) 2004 E) 2011

3. Adaptada - (M100461H6_2) Observe o triângulo PQR representado no plano cartesiano abaixo.



De acordo com o sistema de coordenadas cartesianas apresentado, as coordenadas dos pontos P e R são, respectivamente:

A) (– 2, 2) e (1, – 2).
B) (– 2, – 2) e (2, 1).
C) (– 2, – 2) e (1, 2).
D) (2, 2) e (1, 2).
E) (– 3, 3) e (4, - 1).

4. Adaptada - (M101417I7_2) A tabela abaixo apresenta alguns valores do domínio de uma função polinomial do 1º grau, f, com suas respectivas imagens.

y	4	5,5	7	8,5	10
x	2	5	8	11	14

Qual é a lei de formação dessa função?

A) y = 0,5x + 1,5
B) y = 0,5x + 3
C) y = 1,5x + 1,5
D) y = 3x + 0,5
E) y = 3x + 1,5

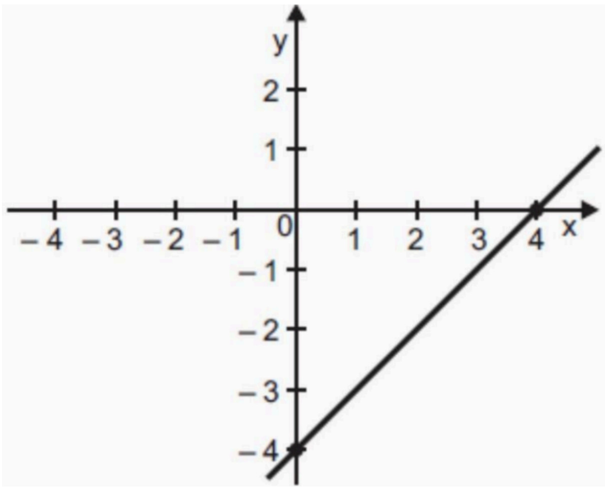
5. (M100217H6_2) Uma loja oferece duas modalidades de pagamentos para seus produtos: à vista ou parcelado em 3 prestações mensais iguais. Nas compras parceladas, o valor do produto sofre um acréscimo de 5% em seu preço. Roberto comprou nessa loja um sofá que, à vista, custava R$ 680,00, optando pelo pagamento em 3 parcelas. Qual será o valor de cada parcela da compra de Roberto?

A) R$ 228,33. B) R$ 238,00. C) R$ 340,00. D) R$ 226,67. E) R$ 215,33.

6. (M120816A9) Em uma loja, o acesso a internet custa R$ 1,50 por hora utilizada mais R$ 1,00 fixo para utilizar a câmera. Um cliente acessou a internet durante 4 horas e utilizou a câmera. Qual foi o valor pago por esse cliente nessa loja?

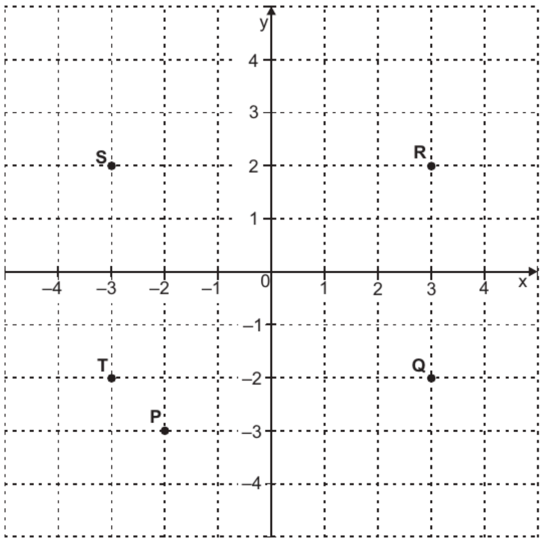
A) R$ 10,00 B) R$ 7,00 C) R$ 6,50 D) R$ 6,00 E) R$ 2,50

7. Adaptada - (M120819H6_2) Observe o gráfico de uma função polinomial do 1º grau f: IR → IR, representado no plano cartesiano abaixo.



A) f(x) =- 3x - 6.
B) f(x) = 3x.
C) f(x) = x - 4.
D) f(x) = -x + 1.
E) f(x) = 2x - 4.

8. (M120701H6) Observe os pontos P, Q, R, S e T representados no plano cartesiano abaixo. Em qual desses pontos a abscissa é – 3 e a ordenada é – 2?



A) P B) Q C) R D) S E) T